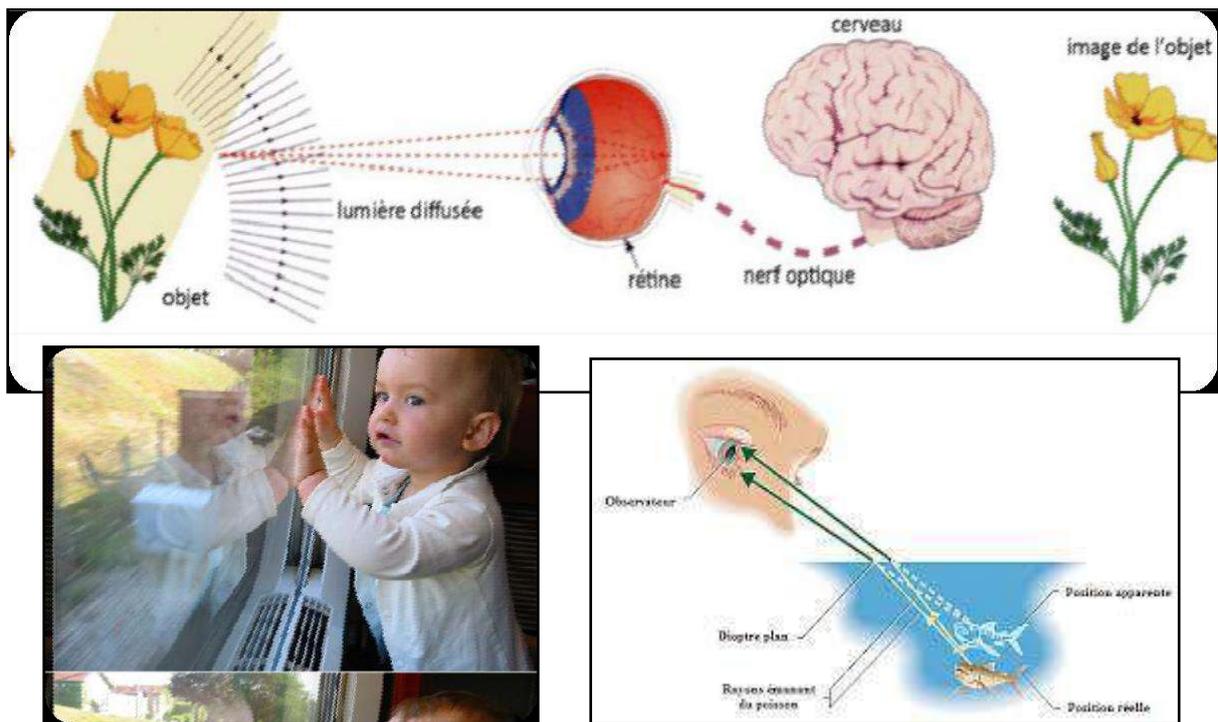


Polycopié de Cours

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Destiné aux étudiants de la première année des Classes Préparatoires
de l'Ecole Supérieure d'Agronomie de Mostaganem



Rédigé par :

Dr. LABDELLI ABBES

Maître de conférences classe B

Département des Classes Préparatoires - ESAM

Année Universitaire : 2021-2022

Avant-propos

L'optique géométrique est une discipline très ancienne dont certaines lois fondamentales—comme les lois de la réflexion de la lumière—étaient connues des philosophes et mathématiciens grecs comme Empédocle (490-430 avant J.C.), Euclide (300 avant J.C.) ou de leurs disciples. L'optique géométrique est un outil indispensable pour comprendre la conception des instruments optiques, leur fonctionnement et leur méthode de mesure. Elle s'est développée sur la base d'observations simples et repose sur deux principes et des lois empiriques :

- La propagation rectiligne dans un milieu homogène et isotrope ;
- Le principe du retour inverse qui exprime la réciprocité du trajet lumineux entre source et destination ;
- Les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction.

Ce polycopié se veut un support pédagogique dédié au programme de l'optique géométrique destiné aux étudiants de la première année des classes préparatoires de l'Ecole Supérieure d'Agronomie de Mostaganem. Il est aussi très utile pour les étudiants de la première année de médecine.

Ce document est subdivisé en neuf chapitres traitant essentiellement les concepts de base de l'optique géométrique tel que la réfraction, la réflexion, la dispersion ainsi que les images réelle et virtuelle, la construction de rayons dans les systèmes optiques centrés. On étudie aussi la compréhension de la conception des instruments optiques, leur fonctionnement et leurs méthodes de mesure.

La rédaction de ce polycopié était le fruit de lecture de nombreux ouvrages classiques et documents électroniques, tous disponibles à la bibliothèque ou sur le Net. Notre souhait est que ce polycopié constituera un support utile pour nos étudiants ainsi que pour nos collègues enseignants.

Enfin, pour l'amélioration de la qualité de ce polycopié, les critiques, les suggestions et les avis des collègues, des étudiants et des intéressés seront les bienvenus.

Dr. LABDELLI ABBES
Mostaganem, le 20 Avril 2022

Table des matières

Chapitre 1 : Lois fondamentales de l'optique géométrique

1.1. Définitions.....	2
1.2. Nature de la lumière	2
1.3. Principe de propagation rectiligne de la lumière.....	3
1.3.1. Sources lumineuses.....	3
1.3.1.1. Les sources primaires.....	3
1.3.1.2. Les objets diffusants (sources secondaires)	3
1.3.2. Rayon de lumière.....	3
1.3.3. Faisceau de lumière.....	4
1.3.4. Milieu de propagation de la lumière.....	4
1.3.5. Vitesse de propagation de la lumière.....	5
1.4. Principe de Fermat.....	5
1.5. Principe du retour inverse de la lumière.....	6
1.6. Les lois de Snell-Descartes.....	6
1.6.1. Dioptrés et Miroirs.....	6
1.6.2. Système optique.....	6
1.6.3. Énoncé des lois de Snell-Descartes.....	6
1.6.3.1. Réflexion de la lumière.....	7
1.6.3.2. Réfraction de la lumière.....	7
1.6.4. Interprétation des lois de Snell Descartes.....	8
1.6.4.1. Incidence normale ($i = 0$).....	8
1.6.4.2. Cas où $n_1 < n_2$: réfraction limite.....	9
1.6.4.3. Cas où $n_1 > n_2$: réflexion totale.....	9
1.7. Application - la fibroscopie.....	10
1.8. Exercices.....	11

Chapitre 2 : Formation des images et approximation de Gauss

2.1. Les systèmes optiques.....	14
2.2. Notion d'objet ponctuel et d'image ponctuelle.....	14
2.2.1. Nature des objets et des images	14
2.2.1.1. Objet ponctuel.....	14

2.2.1.2. Images, réelle et virtuelle.....	15
2.2.1.3. Objets, réel et virtuel.....	15
2.2.1.4. Espaces objet et image.....	16
2.2.1.5. Foyers.....	16
2.2.1.6. Relation de conjugaison.....	16
2.2.2. Critère de qualité de la formation d'une image (stigmatisme).....	17
2.2.2.1. Stigmatisme rigoureux.....	17
2.2.2.2. Stigmatisme approché.....	17
2.2.2.3. L'aplanétisme.....	17
2.2.2.4. Conditions de Gauss.....	18
2.2.2.5. Grandissement.....	18
2.2.2.5.1. Grandissement angulaire.....	19
2.2.2.5.2. Grandissement transversal.....	19
2.2.2.5.3. Grandissement longitudinal.....	19
2.2.2.6. Distances focales et vergence.....	20
2.2.2.6.1. Distances focales.....	20
2.2.2.6.2. Vergence.....	21

Chapitre 3 : Miroir plan

3.1. Image d'un point objet donnée par un miroir plan.....	23
3.1.1. Définition et propriétés.....	23
3.1.2. Formation des images.....	23
3.1.2.1. Construction d'un rayon incident et de son rayon réfléchi.....	23
3.1.2.2. Construction d'un deuxième rayon incident et de son réfléchi.....	24
3.1.2.3. Le point A' est une image virtuelle.....	24
3.1.2.4. Etude de la symétrie du problème.....	24
3.1.2.5. Relation de conjugaison.....	25
3.1.2.6. Le stigmatisme.....	25
3.2. Image d'un objet étendu donnée par un miroir plan.....	26
3.2.1. Situation.....	26
3.2.2. Expérience de la bougie.....	27
3.2.3. Position et grandeur de l'image d'un objet étendu.....	28
3.2.4. Aplanétisme.....	28
3.2.5. Exercices.....	30

Chapitre 4 : Dioptré plan

4.1. L'image d'un point objet lumineux.....	32
4.1.1. Définition et propriétés.....	32
4.1.2. Construction de l'image d'un point objet lumineux.....	32
4.1.3. L'absence de stigmatisme rigoureux.....	32
4.1.4. Le stigmatisme approché.....	33
4.1.5. Le diaphragme.....	34
4.2. L'image d'un objet étendu.....	34
4.2.1. Construction de l'image d'un objet AB.....	34
4.2.2. L'aplanétisme approché.....	35
4.3. Exercices.....	35

Chapitre 5 : Prisme optique

Introduction	38
5.1. Présentation du prisme.....	38
5.2. Déviation de la lumière par un prisme	39
5.2.1. Angle de déviation	39
5.2.2. Relations du prisme.....	39
5.2.3. Conditions d'émergence	40
5.2.4. Minimum de déviation	41
5.3. Déviation de la lumière par un prisme	43
5.4. Exercices	44

Chapitre 6 : lame à face parallèles

6.1. Définitions	47
6.2. Action d'une lame sur la propagation d'un rayon lumineux	47
6.3. Déplacement latéral du rayon lumineux	48
6.4. Stigmatismes, absolu et approché	49
6.5. Image d'un objet ponctuel à travers une lame	49
6.5.1. Objet est ponctuel et situé à distance finie de la lame	49
6.5.2. Objet est ponctuel et situé à l'infini	51
6.6. Image d'un objet étendu ; grandissement linéaire	52
6.7. lame entre deux milieux d'indices différents : lame mince	52

6.8. Exercices	53
----------------------	----

Chapitre 7 : Miroirs sphériques

7.1. Définitions	56
7.1.1. Miroir sphérique	56
7.1.2. Caractéristiques géométriques	56
7.1.2.1. Centre du miroir	56
7.1.2.2. Axe de symétrie	56
7.1.2.3. Sommet du miroir	56
7.1.2.4. Rayon du miroir	56
7.2. Analyse qualitative de l'effet des miroirs sphériques sur un faisceau lumineux.....	57
7.3. Stigmatisme et aplanétisme.....	57
7.3.1. Les deux cas du stigmatisme rigoureux	57
7.3.1.1. Au centre	57
7.3.1.2. Au sommet	58
7.3.1.3. Marche des rayons lumineux	59
7.3.2. Stigmatisme et aplanétisme approchés	59
7.4. Relations de conjugaison et de grandissement avec origine au sommet ou au centre ...	59
7.4.1. Construction de l'image	59
7.4.2. Les deux paires de triangles semblables	60
7.4.3. Relation de grandissement	60
7.4.4. Relation de conjugaison avec origine au sommet	60
7.4.5. Relation de conjugaison avec origine au centre	61
7.4.6. Remarques	61
7.5. Foyers, plans focaux	61
7.5.1. Positions des foyers image et objet	61
7.5.1.1. Foyer image	61
7.5.1.2. Foyer objet	62
7.5.1.3. Distance focale	62
7.5.1.4. Marche des rayons lumineux passant par un foyer	63
7.5.1.5. Foyers secondaires, plans focaux	63
7.5.1.6. Marche des rayons passant par un foyer secondaire	64
7.5.2. Construction du rayon réfléchi ou du rayon incident	64
7.5.2.1. Méthode de l'objet à l'infini	64

7.5.2.2. Méthode de l'image à l'infini	65
7.6. Relations de conjugaison et de grandissement avec origine au foyer	66
7.6.1. Construction de l'image	66
7.6.2. Les deux paires de triangles semblables	66
7.6.3. Relation de grandissement avec origine au foyer	67
7.6.4. Relation de conjugaison avec origine au foyer	67
7.7. Discussion des différents cas possibles selon la position de l'objet pour un miroir concave	67
7.7.1. Les deux cas objet ou image à l'infini	67
7.7.1.1. Schémas	67
7.7.1.2. Objet étendu situé à l'infini, image dans le plan focal	68
7.7.1.3. Objet étendu situé au foyer, image à l'infini	68
7.7.2. Objet situé avant le centre ou entre le centre et le foyer	68
7.7.3. Objet situé entre le foyer et le sommet ou objet virtuel	69
7.7.4. Cas particuliers : au centre et au sommet	69
7.8. Discussion des différents cas selon la position de l'objet pour un miroir convexe	70
7.8.1. Les deux cas objet ou image à l'infini	70
7.8.1.1. Schémas	70
7.8.1.2. Objet étendu situé à l'infini, image dans le plan focal	71
7.8.1.3. Objet étendu situé au foyer, image à l'infini	71
7.8.2. Objet situé avant le sommet ou entre le sommet et le foyer	71
7.8.3. Objet situé entre le foyer et le centre ou après le centre	72
7.8.4. Cas particuliers : au sommet ou au centre	72
7.9. Exercices	

Chapitre 8 : Le dioptré sphérique

8.1. Définition	75
8.2. Dioptré convergent ou divergent	75
8.3. La vergence	76
8.4. Relation de conjugaison d'un dioptré sphérique	76
8.4.1. Relation de conjugaison avec origine au sommet	76
8.4.2. Relation de conjugaison avec origine au centre	77
8.5. Foyers d'un dioptré sphérique	77

8.6. Constructions géométriques	79
8.6.1. Dioptr convergent	79
8.6.2. Dioptr divergent	80
8.7. Grandissement du dioptr sphérique	80
8.7.1. Grandissement linéaire (transversal)	80
8.7.1.1. Grandissement linéaire pour un dioptr sphérique avec origine au centre	81
8.7.1.2. Grandissement linéaire pour un dioptr sphérique avec origine au sommet	81
8.7.1.3. Grandissement linéaire pour un dioptr sphérique avec origine aux foyers	81
8.7.2. Relation de conjugaison origine aux foyers	81
8.8. Exercices	88

Chapitre 9 : Les lentilles minces

9.1. Différents types de lentilles	84
9.1.1. Définition d'une lentille	84
9.1.2. Types des lentilles	84
9.2. Propriétés des lentilles	84
9.2.1. Centre optique	84
9.2.2. Foyers	85
9.2.2.1. Cas d'une lentille convergente (mince)	85
9.2.2.2. Cas d'une lentille divergente (épaisse)	86
9.2.3. Distance focale	86
9.2.4. Vergence d'une lentille	87
9.2.5. Relation de conjugaison	87
9.2.5.1. Relation de conjugaison de Newton (origine aux foyers)	88
9.2.5.2. Relation de conjugaison de Descartes (origine au centre)	88
9.2.6. Grandissement	89
9.2.7. Constructions géométriques	89

9.2.7.1. Cas d'une lentille convergente	89
9.2.7.2. Cas d'une lentille divergente	90
9.3. Construction de l'émergent correspondant à un incident donné	91
9.4. Association de lentilles minces	92
9.4.1. Lentilles accolées	92
9.4.2. Lentilles non accolées	92
9.4.2.1. Position du foyer image F'	93
9.4.2.2. Vergence et distances focales	93
9.5. Défauts des lentilles – Aberrations.....	93
9.5.1. Aberrations chromatiques	94
9.5.2. Aberrations géométriques	94
9.6. Exercices	95

Chapitre 1 : Lois fondamentales de l'optique géométrique

Objectifs pédagogiques du chapitre 1

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Comprendre de l'optique géométrique.
- Rayons lumineux.
- Lois de la réflexion et de la réfraction.

Sommaire du chapitre 1

1.1. Définitions

1.2. Nature de la lumière

1.3. Principe de propagation rectiligne de la lumière

1.3.1. Sources lumineuses

1.3.1.1. Les sources primaires

1.3.1.2. Les objets diffusants (sources secondaires)

1.3.2. Rayon de lumière

1.3.3. Faisceau de lumière

1.3.4. Milieu de propagation de la lumière

1.3.5. Vitesse de propagation de la lumière

1.4. Principe de Fermat

1.5. Principe du retour inverse de la lumière

1.6. Les lois de Snell-Descartes

1.6.1. Dioptries et Miroirs

1.6.2. Système optique

1.6.3. Énoncé des lois de Snell-Descartes

1.6.3.1. Réflexion de la lumière

1.6.3.2. Réfraction de la lumière

1.6.4. Interprétation des lois de Snell Descartes

1.6.4.1. Incidence normale ($i = 0$)

1.6.4.2. Cas où $n_1 < n_2$: réfraction limite

1.6.4.3. Cas où $n_1 > n_2$: réflexion totale

1.7. Application - la fibroscopie

1.1. Définitions

L'optique est la branche de la physique qui étudie la lumière visible, son comportement, sa propagation et de ses propriétés, de la vision ainsi que les systèmes utilisant ou émettant de la lumière. Elle étudie les lois régissant les phénomènes lumineux et en particulier la vision. C'est-à-dire les phénomènes perçus par l'œil et l'information transmise à celui-ci. Cette information portant sur la forme de l'objet observé, sa couleur, sa position....

L'optique géométrique s'intéresse au trajet de la lumière à partir des propriétés des milieux qu'elle traverse.

1.2. Nature de la lumière

La lumière transporte de l'énergie sous forme d'onde électromagnétique dans le vide ou dans un milieu transparent. Elle résulte en général de la superposition des ondes de différentes longueurs d'onde. Une lumière monochromatique correspond à une seule onde sinusoïdale de fréquence bien déterminée, alors qu'une lumière polychromatique est constituée de plusieurs ondes électromagnétique.

Remarque

- Dans le vide, la lumière se propage dans toutes les directions de l'espace à la vitesse :

$$c = 3.10^8 \text{ m/s.}$$

- La longueur d'onde λ dans le vide, la fréquence f et la période T sont liées par :

$$\lambda = c.T = \frac{c}{f} \quad (1)$$

- Le domaine de la lumière visible par l'œil humain correspond aux longueurs d'onde comprises entre $0,4 \mu\text{m}$ et $0,8 \mu\text{m}$ (400 nm et 800 nm) (Fig.1).

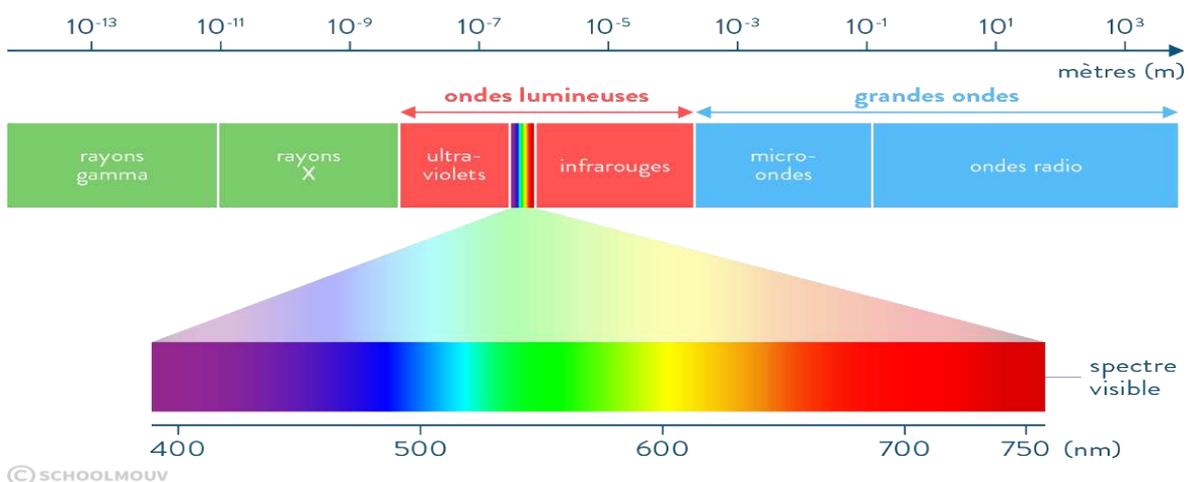


Fig.1.1. Spectres de la lumière

1.3. Principe de propagation rectiligne de la lumière

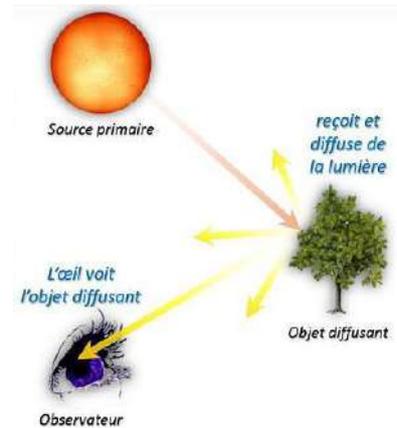
1.3.1. Sources lumineuses

Une source de lumière est un corps qui émet (qui projette) de la lumière autour de lui.

On distingue deux sortes de source de lumière :

1.3.1.1. Les sources primaires

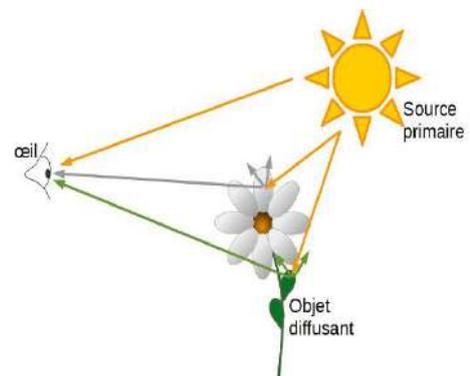
Ce sont des corps qui produisent la lumière qu'ils émettent. On trouve le Soleil, les flammes, des braises incandescentes, le filament d'une lampe etc....



1.3.1.2. Les objets diffusants (sources secondaires)

Ce sont des corps qui ne produisent pas de lumière mais qui renvoient la lumière reçue. On dit que ces corps diffusent la lumière.

La diffusion est un phénomène au cours duquel un corps commence par recevoir de la lumière puis renvoie toute ou une partie de cette lumière dans toutes les directions.



Un objet diffusant n'est donc une source de lumière que lorsqu'il est lui-même éclairé par une source primaire ou par un autre objet diffusant.

La Lune, éclairée par le Soleil, ainsi que les autres planètes du système solaire sont des objets diffusants. En fait tous les objets (et les personnes) qui nous entourent sont des objets diffusant car ils diffusent la lumière des lampes ou celle du Soleil.

1.3.2. Rayon de lumière

La lumière est décrite par un ensemble de rayons lumineux indépendants. Ces rayons lumineux sont caractérisés par une direction de propagation et une vitesse de propagation v . Ces rayons lumineux (issus d'une source) se propagent en ligne droite dans tout milieu homogène à une vitesse qui dépend du milieu (Fig.2).

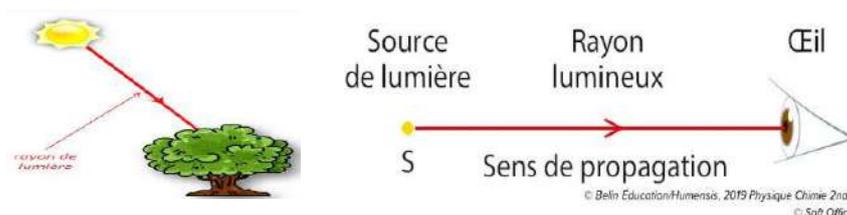


Fig.1.2. Rayon de lumière

1.3.3. Faisceau de lumière

C'est un ensemble de rayons lumineux émis par la source et compris entre deux rayons limites (Fig.3). Il peut être :

- Divergent si les rayons qui le constituent, semblent provenir d'un même point ;
- Parallèle si les rayons qui le constituent sont parallèles ;
- Convergent si les rayons qui le constituent, convergent vers un même point.

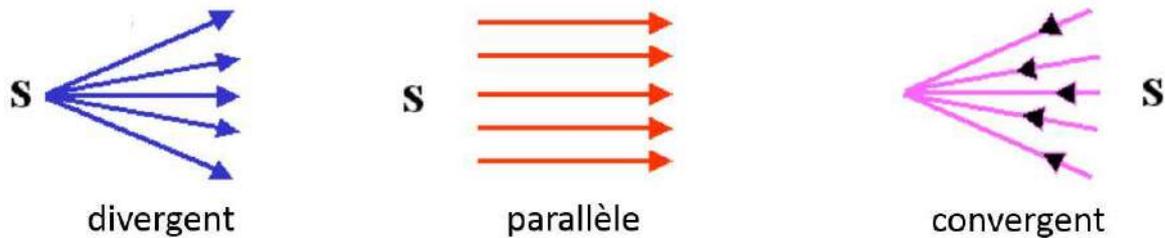


Fig.1.3. Faisceau de lumière

1.3.4. Milieu de propagation de la lumière

Les milieux comme le verre, l'eau et l'air, laissent passer la lumière. Ce sont des milieux transparents.

Les milieux comme le carton, l'acier ne laissent pas passer la lumière. Ce sont des milieux opaques, enfin les milieux translucides comme le papier-calque ou le verre dépoli laissent passer la lumière sans permettre de distinguer nettement les objets, en raison de multiples réfractions anisotropes des rayons lumineux (Fig.4).



Fig.1.4. Les 03 milieux de propagation de la lumière

N.B. On rappelle que la lumière se propage en ligne droite dans un milieu transparent

1.3.5. Vitesse de propagation de la lumière

Dans le vide, la lumière se propage en ligne droite à la vitesse $c = 3.10^8 \text{m/s}$, alors que dans un milieu transparent, homogène (il a les mêmes propriétés physiques en tout point) et isotrope (il a mêmes propriétés physiques dans toutes les directions), la lumière se propage en ligne droite mais à une vitesse v : $v = \frac{c}{n} < c$ (2)

Où le scalaire n est une grandeur sans dimension, appelé **indice de réfraction**. Il est caractéristique du milieu ($n > 1$). Le tableau 1 donne quelques valeurs d'indice n .

Tableau 1.1 : Indice de réfraction de quelques milieux

Milieu	Air	Eau	Verre	Diamant
n	1.0003	1.33	1.5-1.8	2.42

1.4. Principe de Fermat

La loi de la réfraction est liée au principe de Fermat (1601-1665) : « la lumière choisit toujours, pour aller d'un point à un autre, le chemin ayant le temps de parcours minimal ». La figure 5 illustre ce principe par une analogie.

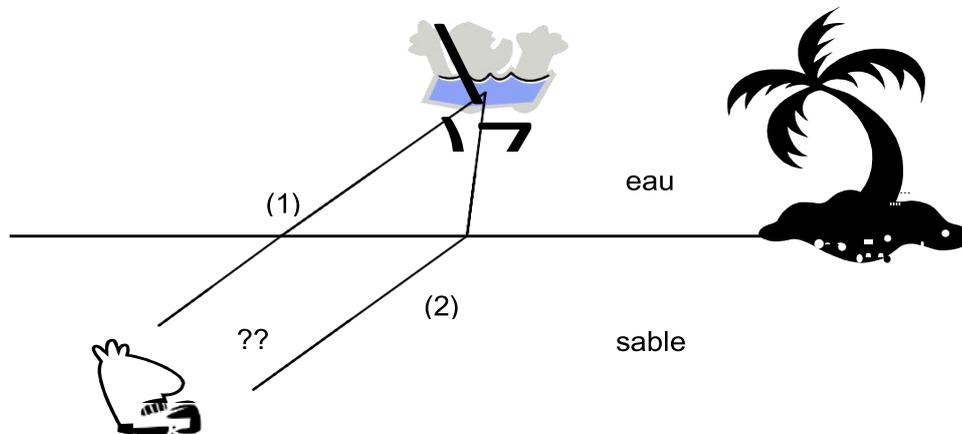


Fig.1.5. Principe de Fermat

La lumière comme le sauveteur choisira le trajet le plus court : le trajet en ligne droite (1) est plus long que le trajet (2) car on se déplace moins vite dans l'eau que sur le sable... Ce raisonnement s'applique à la lumière si on remplace le sable par l'air (indice ~ 1). On montre que ce principe permet d'établir la loi de la réfraction de Descartes et la formule reliant l'indice n d'un milieu aux vitesses de la lumière dans ce milieu et dans le vide :

$$n = c/v \quad (3)$$

1.5. Principe du retour inverse de la lumière

L'expérience montre que la **propagation de la lumière est réversible**. Si un rayon est émis par une source A et se propage jusqu'au point B, une source en B peut émettre un rayon, qui se propage en sens inverse jusqu'au point A, quels que soient le chemin AB et les milieux dans lesquels la lumière se propage. On dit que le trajet de la lumière est indépendant de son sens de parcours (Fig.6).



Fig.1.6. Principe du retour inverse de la lumière

1.6. Les lois de Snell-Descartes

1.6.1. Dioptrés et Miroirs

Un **dioptré** est une surface qui sépare deux milieux transparents, homogènes et d'indices optiques différents. Exemple, l'interface air/eau définie par la surface libre de l'eau d'un lac.

Un **miroir** est une surface réfléchissante telle que pratiquement toute la lumière incidente est renvoyée par la surface.

1.6.2. Système optique

Ensemble de milieux **transparentes** séparés par des surfaces **réfractantes** (dioptré) ou **réfléchissantes** (miroir).

On distingue :

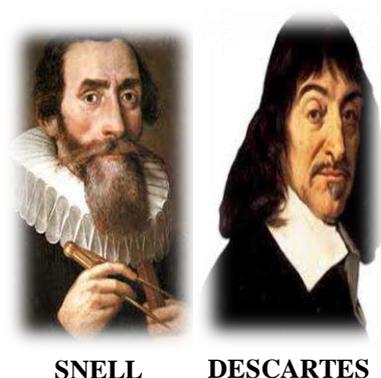
Le système dioptrique : composé uniquement des dioptrés ;

Le système catadioptrique : composé de dioptrés et de miroirs ;

Le système catoptrique : composé uniquement de miroirs.

1.6.3. Énoncé des lois de Snell-Descartes

Les lois de Snell-Descartes décrivent le comportement de la lumière à l'interface de deux milieux. Ces lois sont au nombre de quatre, deux pour la réflexion et deux pour la réfraction. Avec la propagation rectiligne de la lumière dans les milieux homogènes et isotropes, ces lois sont à la base de l'optique géométrique. Lorsqu'un rayon arrive à l'interface entre deux milieux isotropes et homogènes différents, il donne naissance à un rayon réfléchi et à un rayon transmis (réfracté).



1.6.3.1. Réflexion de la lumière

On définit le plan d'incidence comme le plan contenant le rayon incident et la normale à l'interface (Fig.7).

L'angle d'incidence « i » et l'angle de réflexion « i' » sont respectivement les angles que forment le rayon incident et le rayon réfléchi avec la normale.

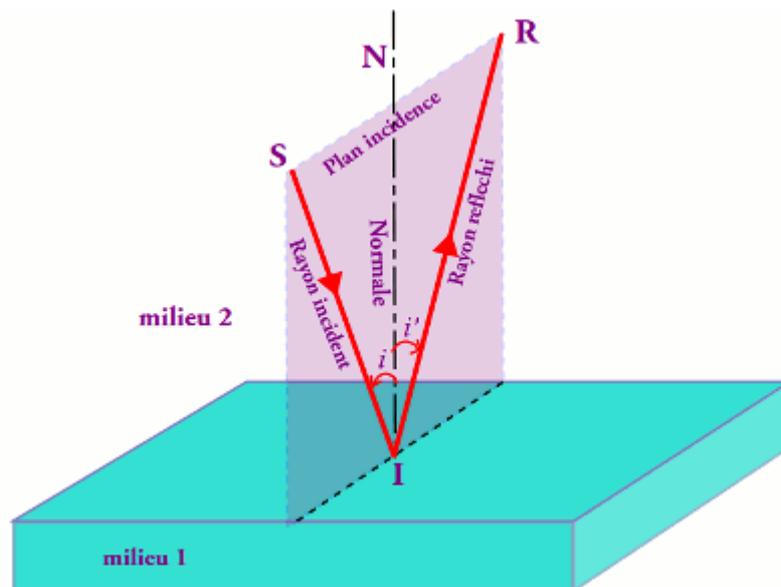


Fig.1.7. Réflexion d'un rayon sur une interface

1^{ère} loi de réflexion : Le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale à la surface de séparation sont dans le plan d'incidence.

2^{ème} loi de réflexion : Le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident par rapport à la normale. L'angle d'incidence et l'angle de réflexion sont liés par la première loi de Snell-Descartes : $i = i'$

1.6.3.2. Réfraction de la lumière

La réfraction est la déviation de la lumière lorsqu'elle traverse l'interface entre deux milieux transparents d'indices de réfraction différents. L'angle de réfraction i_2 est l'angle que forme le rayon réfracté avec la normale (Fig.8).

Tableau 1.2 : Comparaison entre les lois de Kepler et de Snell-Descartes

i (degré)	0	10	20	30	40	50	60	90
i (radian)	0	0,1745	0,349	0,523	0,698	0,872	1,047	1,571
$\sin i$	0	0,1736	0,342	0,5	0,643	0,766	0,866	1

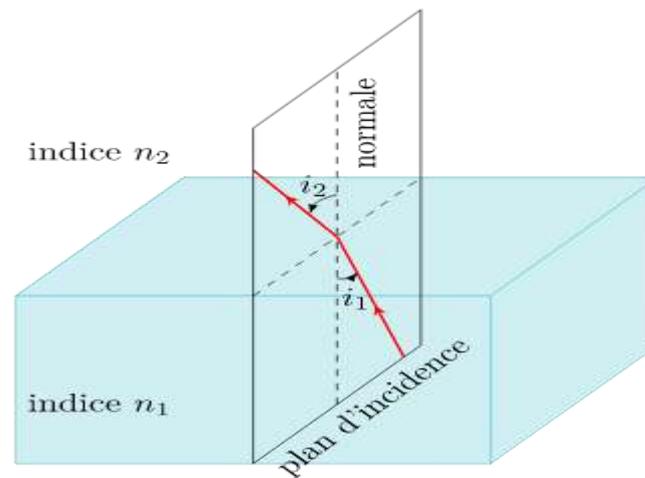


Fig.1.8. Réfraction d'un rayon lumineux

1^{ère} loi de réfraction : Le rayon incident, le rayon réfracté est la normale à la surface de séparation sont dans le plan d'incidence.

2^{ème} loi de réfraction : L'angle d'incidence et l'angle de réfraction sont liés par la deuxième loi de *Snell-Descartes* : $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$ (4)

Remarque :

Si l'angle d'incidence i est petit, on peut confondre la fonction sinus avec la valeur de l'angle exprimée en radians. Il en est alors de même pour r .

On rappelle qu'au 1^{er} ordre $\sin i = i$ et $\cos i = 1$; on a de même $\sin r = r$ et $\cos r = 1$.

On peut obtenir dans ce cas une expression approchée de la loi de *Snell-Descartes* sous une nouvelle forme appelée *loi de Kepler* dont l'expression est : $n_1 \cdot i_1 = n_2 \cdot i_2$ (5)

N.B : Plus l'angle est grand et plus l'erreur de la *loi de Kepler* est importante (Tableau 2). On peut dire que la *loi de Kepler* est valable pour des valeurs inférieures à 20° .

1.6.4. Interprétation des lois de Snell Descartes

Les lois de *Snell-Descartes* obéissent au principe de retour inverse de la lumière : tout trajet suivi par la lumière dans un sens peut l'être dans le sens opposé.

L'angle de réfraction i_2 dépend des indices de réfraction des deux milieux n_1 et n_2 . Selon ces deux valeurs le rayon réfracté peut ne pas exister.

Examinons les différents cas possibles :

1.6.4.1. Incidence normale ($i = 0$)

Lorsque l'incidence est normale à la surface du dioptre plan ($i = 0$), la réflexion et la réfraction sont elles aussi normales à la surface du dioptre plan ($r = 0$) (Fig. 9).

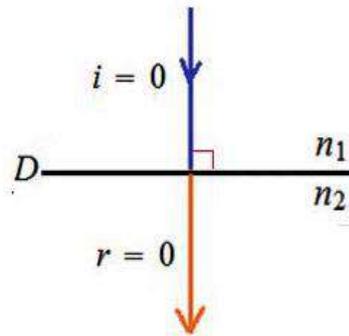


Fig.1.9. Incidence normale

1.6.4.2. Cas où $n_1 < n_2$: réfraction limite

La lumière passe d'un milieu moins réfringent à un autre plus réfringent, soit :

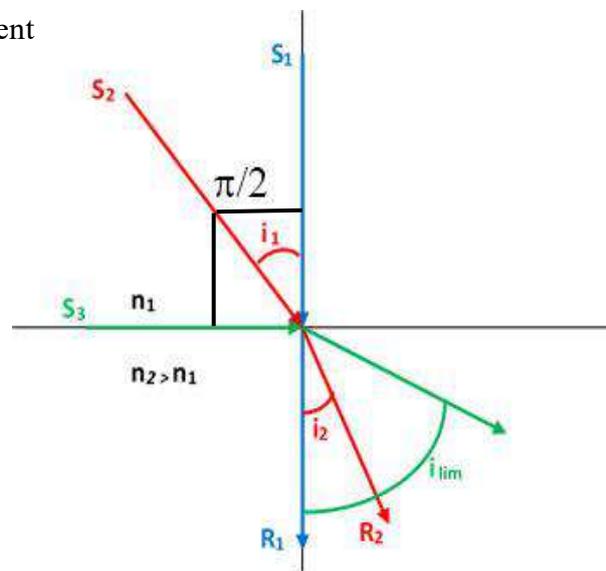
$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \rightarrow \frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} < 1$$

$$\rightarrow \sin i_2 < \sin i_1$$

$$\rightarrow i_2 < i_1 \quad (6)$$

i_1 et i_2 sont compris entre 0 et $\pi/2$

L'angle de réfraction est inférieur à l'angle d'incidence, dans ce cas le rayon réfracté existe toujours. Il se rapproche de la normale.

Fig.1.10. Réfraction dans le cas où $n_1 < n_2$

Conséquence

A l'**incidence rasante** ($i_1 = \pi/2$), l'angle de réfraction est maximal (**angle de réfraction limite** noté i_{lim}) et vaut :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \rightarrow n_1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} = n_2 \cdot \sin i_{lim}$$

$$\rightarrow n_1 = n_2 \cdot \sin i_{lim}$$

$$\rightarrow \sin i_{lim} = n_1/n_2 \quad (7)$$

1.6.4.3. Cas où $n_1 > n_2$: réflexion totale

Le rayon lumineux passe maintenant du milieu 1 plus réfringent au milieu 2 moins réfringent ($n_1 > n_2$). La loi de *Snell-Descartes* implique alors que : $i_1 < i_2$ (Fig.11).

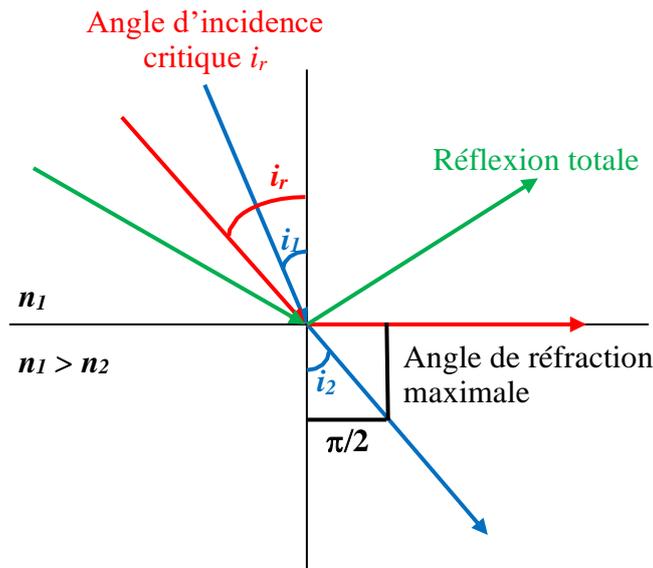


Fig.1.11. Réflexion totale dans le cas où $n_1 > n_2$

Le rayon réfracté s'écarte donc de la normale et l'angle de réfraction est maximal ($i_2 = \pi/2$) pour un angle d'incidence limite i_r tel que :

$$n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2 \rightarrow n_1 \cdot \sin i_r = n_2 \cdot \sin \frac{\pi}{2}$$

$$\rightarrow \sin i_r = n_2/n_1 \quad (8)$$

Remarque

Si l'angle d'incidence est supérieur à i_r , il n'y a plus de rayon réfracté (en effet, on a $\sin i_2 > 1$, i_2 n'est donc plus défini), le rayon incident est totalement réfléchi : on parle de **réflexion totale**. Le dioptré se comporte comme un miroir.

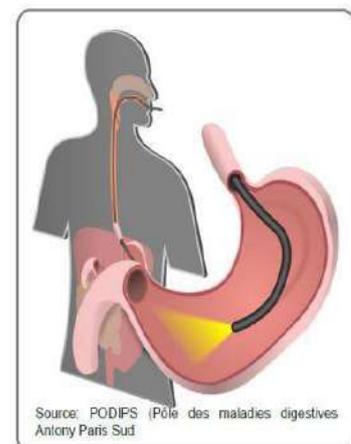
1.7. Application - la fibroscopie

La fibroscopie est un examen médical permettant de visualiser l'intérieur du corps (intestin, estomac, cordes vocales, cœur, artères, ...). Cette technique consiste à y introduire par les voies naturelles un tube souple extra-fin appelé fibroscope.

Un fibroscope est constitué de deux fibres optiques :

- **La 1ère** : permet d'éclairer l'organe à explorer
- **La 2ème** : permet de transmettre l'image au médecin.

Une fibre optique est un tuyau fin constitué de deux milieux d'indices différents (d'un cœur en verre (n_1) entouré d'une gaine (n_2), $n_1 > n_2$) permettant la propagation de la lumière (Fig.12).



Source: PODIPS (Pôle des maladies digestives)
Antony Paris Sud

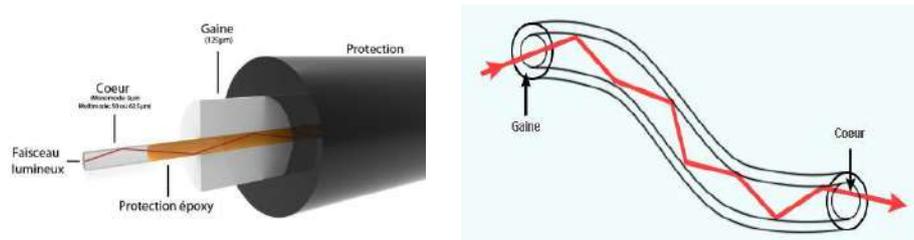


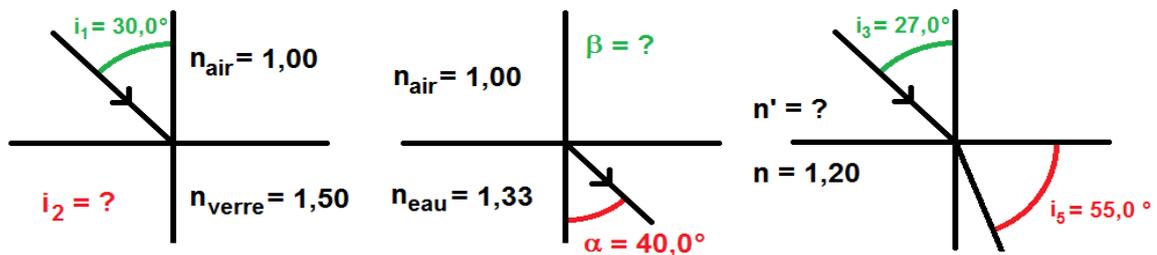
Fig.1.12. La fibre optique

Tout rayon incident pénètre dans le cœur sous une incidence i_1 sur la surface cœur-gaine soit supérieur à l'angle critique d'incidence, subira une réflexion totale. Le rayon réfléchi subit encore une réflexion totale lorsqu'il tombe de nouveau sur la surface cœur-gaine. Le rayon est ainsi "piégé" à l'intérieur de la fibre et se propage grâce à de réflexions totales successives.

1.8. Exercices

1. Exercice de base

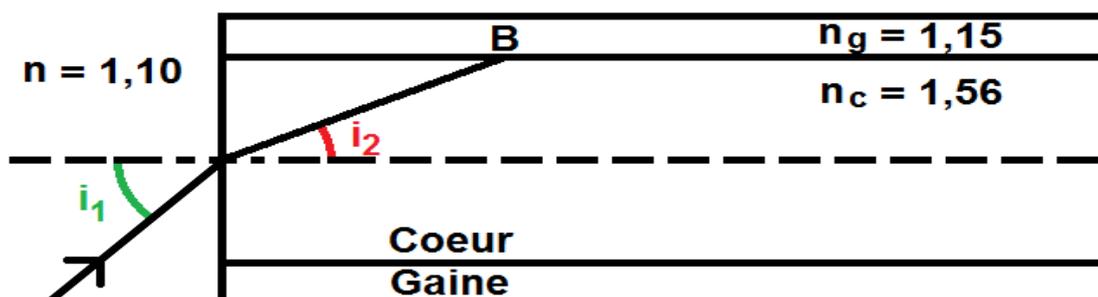
On considère les 3 cas suivants :



- Dans le 1er cas, calculer l'angle de réfraction i_2 ;
- Dans le 2ème cas, calculer l'angle d'incidence β ;
- Dans le dernier cas, calculer l'indice de réfraction n' .

2. La fibre optique

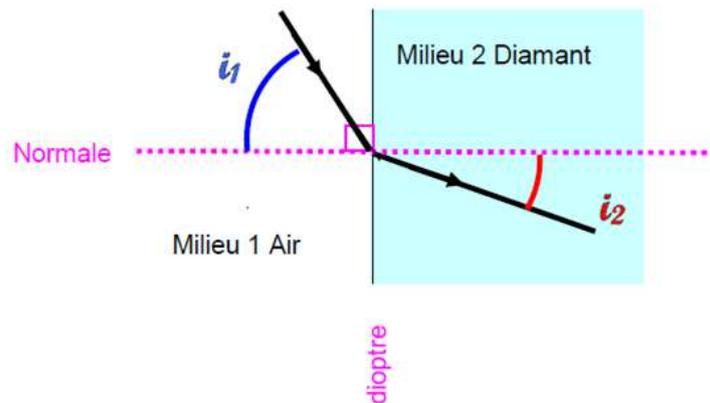
On considère une fibre optique composée d'un cœur entouré d'une gaine selon le schéma en coupe suivant :



1. Peut-il y avoir réflexion totale en B ?
2. Que vaut alors i_{3lim} , l'angle d'incidence en B correspondant à cette réflexion totale ?
3. En déduire l'angle i_1 correspondant.
4. En déduire le trajet du rayon dans la fibre optique.

3. Lois de Snell-Descartes

L'un des rayons d'un faisceau de lumière se propageant dans l'air pénètre dans un diamant d'indice de réfraction 2,43.



- a. Schématiser la situation.
- b. Écrire la seconde loi de Descartes.
- c. Calculer l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction de 20° .

Chapitre 2 : Formation des images et approximation de Gauss

Prérequis

Lois de Descartes.

Objectifs pédagogiques du chapitre 2

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Notions d'objet et d'image réels et virtuels ;
- Objets étendus et images étendues ;
- Stigmatisme et aplanétisme.

Sommaire du chapitre 2

2.1. Les systèmes optiques

2.2. Notion d'objet ponctuel et d'image ponctuelle

2.2.1. Nature des objets et des images

2.2.1.1. Objet ponctuel

2.2.1.2. Images, réelle et virtuelle

2.2.1.3. Objets, réel et virtuel

2.2.1.4. Espaces objet et image

2.2.1.5. Foyers

2.2.1.6. Relation de conjugaison

2.2.2. Critère de qualité de la formation d'une image (stigmatisme)

2.2.2.1. Stigmatisme rigoureux

2.2.2.2. Stigmatisme approché

2.2.2.3. L'aplanétisme

2.2.2.4. Conditions de Gauss

2.2.2.5. Grandissement

2.2.2.5.1. Grandissement angulaire

2.2.2.5.2. Grandissement transversal

2.2.2.5.3. Grandissement longitudinal

2.2.2.6. Distances focales et vergence

2.2.2.6.1. Distances focales

2.2.2.6.2. Vergence

2.1. Les systèmes optiques

Un **système optique** est un ensemble d'éléments optiques, tels que des miroirs, des lentilles, ... permettant de modifier la trajectoire des rayons lumineux ou les propriétés de la lumière.

Un système optique est dit **centré** s'il présente un axe de symétrie appelé **axe optique**. Cet axe est orienté selon le sens de la lumière incidente.

Dans la suite, on représentera un système optique quelconque par sa face d'entrée (E) et sa face de sortie (S) :

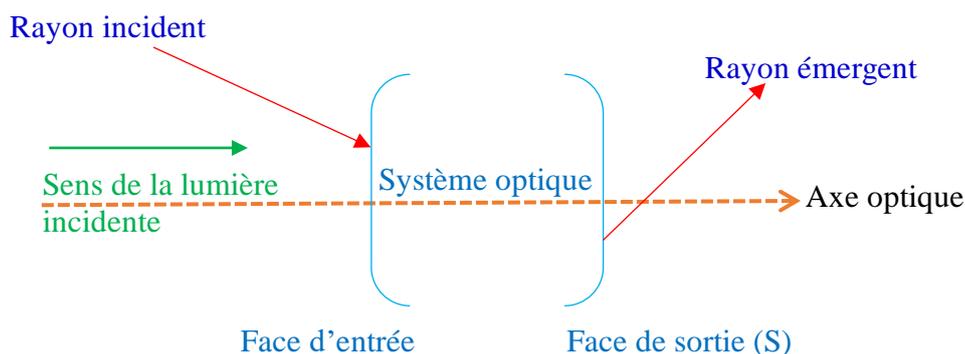


Fig.2.1. Représentation d'un Système optique

Remarque

Le système optique transforme un rayon lumineux incident en un rayon émergent dans une direction, a priori différente de la direction incidente.

Le système optique peut se présenter sous l'une des formes suivantes :

- **Système dioptrique** : Système optique ne comprenant que des dioptries.
- **Système catadioptrique** : Système optique comprenant des dioptries et des miroirs.
- **Système catoptrique** : Système ne comprenant que des miroirs.

2.2. Notion d'objet ponctuel et d'image ponctuelle

2.2.1. Nature des objets et des images

2.2.1.1. Objet ponctuel

On appelle **source**, un objet d'où sont issus des rayons lumineux. Bien qu'une source réelle soit un objet étendu, on utilise très souvent le modèle de la **source (objet) ponctuelle** : point lumineux d'où sont issus les rayons lumineux.

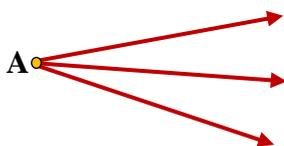


Fig.2.2. Source (objet) ponctuelle

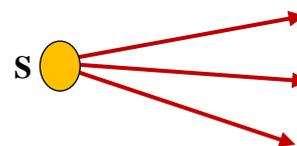


Fig.2.3. Source étendue

Une **source étendue** est traitée comme un ensemble d'objets ponctuels indépendants les uns des autres.

2.2.1.2. Images, réelle et virtuelle

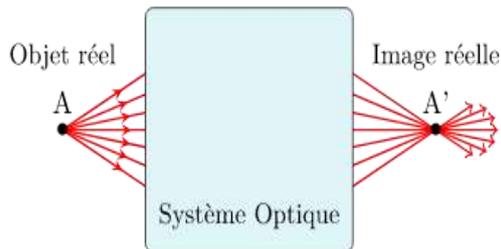


Fig.2.4. Formation d'un point image réelle

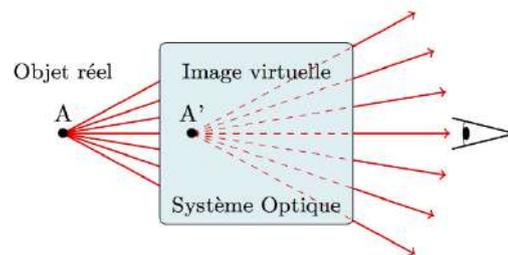


Fig.2.5. Formation d'un point image virtuelle

Soit un point objet A émettant des rayons lumineux vers le système optique. Deux cas peuvent se présenter :

- Les rayons émergent du système optique en convergeant vers un point A' : ce point est un point image réel, on peut le recueillir sur un écran ;
- Les rayons émergent du système optique en divergeant mais leurs prolongements se coupent en un point A' : ce point est un point image virtuel, on ne peut pas le recueillir sur un écran mais il peut être vu à l'œil nu à travers le système.

Remarque

En effet, l'œil reçoit des rayons lumineux provenant d'un même point, celui-ci joue le rôle d'objet pour la lentille de l'œil et une image se forme sur la rétine.

2.2.1.3. Objets, réel et virtuel

De façon identique à ce qui a été dit précédemment, on peut créer un point objet virtuel en faisant converger les prolongements de rayons incidents au système optique. L'image de ce point objet virtuel pourra être un point image réel ou un point image virtuel selon les mêmes principes énoncés au paragraphe précédent.

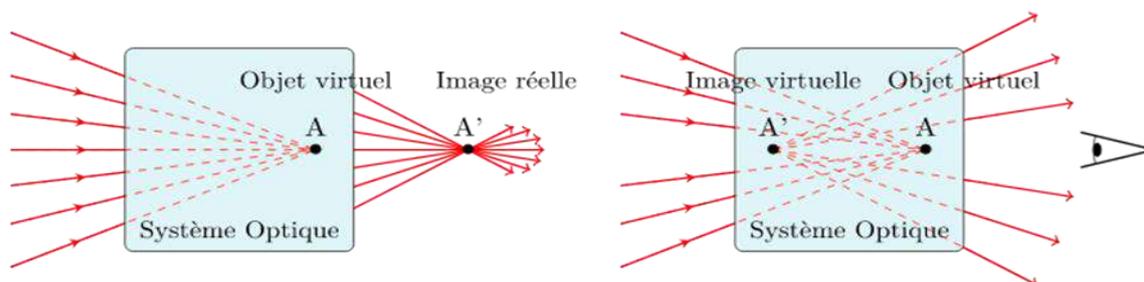


Fig.2.6. Point objet virtuel pouvant donner naissance à deux types de point image

2.2.1.4. Espaces objet et image

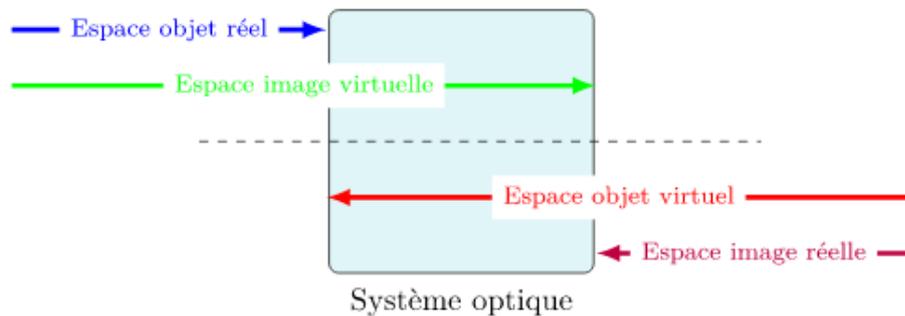


Fig.2.7. Espaces objet et image

2.2.1.5. Foyers

Les foyers d'un système optique sont des points particuliers :

- Le foyer principal image F' est le point image d'un objet situé à l'infini, dont les rayons arrivent parallèles sur le système optique et parallèlement à son axe optique. Le plan passant par F' et perpendiculaire à l'axe optique du système est appelé plan focal image.
- Le foyer principal objet F est le point objet d'une image située à l'infini, les rayons émergent du système optique parallèles entre eux et parallèles à l'axe optique. Le plan passant par F et perpendiculaire à l'axe optique du système est appelé plan focal objet.

Remarque

Des rayons parallèles mais inclinés par rapport à l'axe optique se croisent en un point du plan focal image, appelé foyer secondaire image. De même avec un point du plan focal objet.

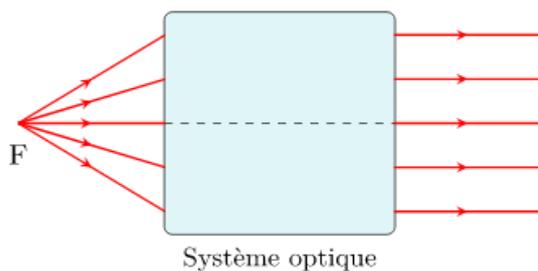


Fig.2.8. Foyer principal objet

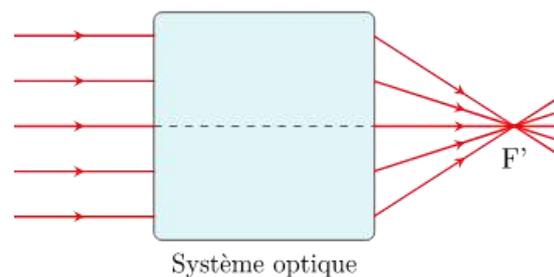


Fig.2.9. Foyer principale image

2.2.1.6. Relation de conjugaison

On appelle relation de conjugaison une relation entre la position d'un objet A et celle de son image A' sur l'axe optique.

L'expression de cette relation dépend du choix de l'origine des positions.

2.2.2. Critère de qualité de la formation d'une image (stigmatisme)

Le stigmatisme est la notion fondamentale de l'optique géométrique puisqu'il caractérise la netteté d'une image.

2.2.2.1. Stigmatisme rigoureux

Un système est rigoureusement stigmatique pour un couple de points ($A ; A'$) lorsque tout rayon incident passant par A émerge, après avoir traversé le système optique, en passant par A' . Les points A et A' sont alors dits conjugués par rapport au système optique et la relation qui lie leurs positions relatives est appelée la relation de conjugaison. A' est l'image du point objet A et inversement en changeant le sens de propagation de la lumière. On dit aussi que A et A' sont des points conjugués pour l'instrument.

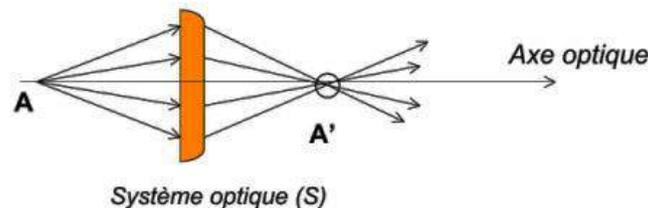


Fig.2.10. Stigmatisme rigoureux

2.2.2.2. Stigmatisme approché

Puisque les cas de stigmatisme rigoureux sont rares, les instruments d'optique parfaits sont irréalisables. En pratique, on doit se contenter du stigmatisme approché qui est une idéalisation.

Un système optique (S) présente un stigmatisme approché pour un couple de points ($A ; A'$) si tout rayon incident passant par A émerge, après avoir traversé (S), en passant au voisinage de A' . Dans ce cas, l'image de A est une petite tache centrée sur A' et on dit que A et A' sont conjugués au sens du stigmatisme approché.

La plupart des systèmes optiques permettent d'avoir des images de qualité relativement bonnes et obtenues par des réglages et des diaphragmes. C'est le stigmatisme approché.

2.2.2.3. L'aplanétisme

Si un système optique est rigoureusement stigmatique à la fois pour un couple de points ($A ; A'$) et pour un autre couple ($B ; B'$), respectivement très voisins de A et A' de telle sorte que AB et $A'B'$ soient normaux à l'axe, on dit que le système est rigoureusement aplanétique pour le couple de points ($A ; A'$) (voir la figure 2.11).

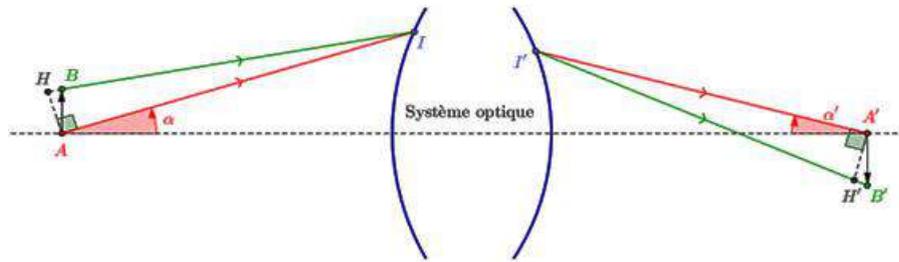


Fig.2.11. Système optique aplanétique

L'aplanétisme est donc la conservation du stigmatisme dans un plan de front perpendiculaire à l'axe optique.

2.2.2.4. Conditions de Gauss

Les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme ne suffisent pas pour que l'image soit de bonne qualité. En particulier, si elle est inclinée par rapport à l'axe, on peut observer des défauts de distorsion.

Le critère de qualité d'un système optique est l'absence d'aberrations, i.e., aplanétisme, stigmatisme et absence de distorsion que l'on obtient dans les conditions de Gauss.

Un système optique centré est utilisé dans les conditions de Gauss si :

- Les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique, l'angle qu'ils font par rapport à l'axe optique est faible, $\sin\theta \approx \theta$ et la loi de la réfraction s'écrit alors : $n_2 i_2 = n_1 i_1$ (2.1)
- Les rayons sont dits paraxiaux (rayons peu inclinés sur l'axe principal) autrement, les rayons sont proches de l'axe optique, par comparaison à la taille des instruments d'optique.

L'approximation de Gauss est donc l'approximation linéaire de l'optique géométrique.

2.2.2.5. Grandissement

L'approximation de Gauss implique un stigmatisme et un aplanétisme approchés.

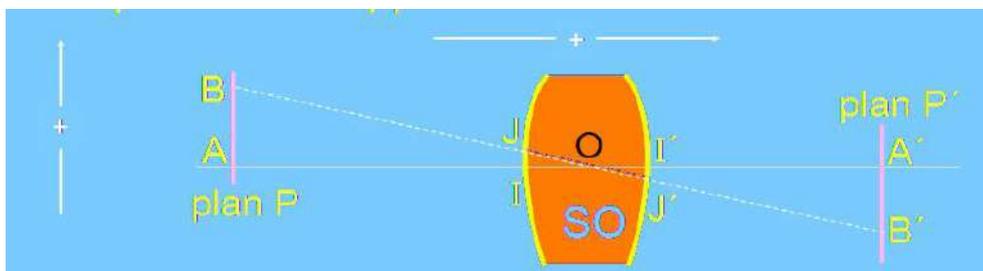


Fig.2.12. Grandissement

En effet, si AB perpendiculaire à l'axe optique est « petit », le rayon lumineux BJ est paraxial, donc $BJ \sim AI$ et par suite $J'B' \sim I'A'$ (A et A' sont 2 points conjugués).

Remarque

Le rayon fictif BB' coupe l'axe optique en un point O appelé centre optique, ce rayon matérialise un axe optique secondaire.

2.2.2.5.1. Grandissement angulaire

Soit un rayon lumineux incliné d'un angle θ par rapport à l'axe optique avant le système optique et un angle θ' après le système optique.

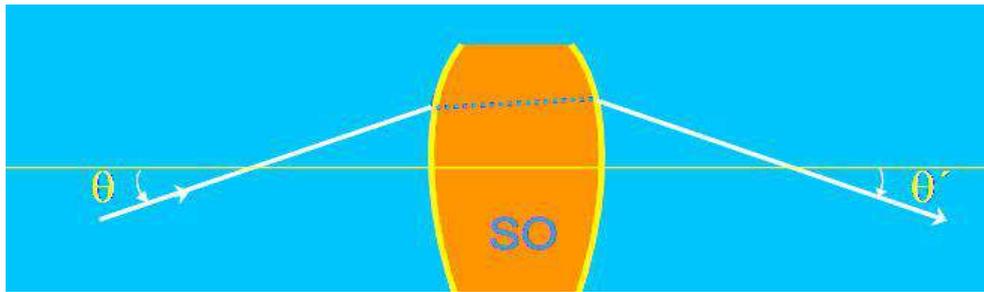


Fig.2.13. Grandissement angulaire

On définit le grandissement angulaire G_a par : $G_a = \frac{\theta'}{\theta}$ (2.2)

2.2.2.5.2. Grandissement transversal

Les plans P et P' perpendiculaires à l'axe optique sont dits plans conjugués. Le Grandissement transversal γ est défini par le rapport des dimensions transverses de l'image $A'B'$ et de son objet.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (2.3)$$

La relation de *Lagrange-Helmholtz* permet de relier le grandissement transverse et le grandissement angulaire.

$$\gamma G_a = \frac{n}{n'} \quad (2.4)$$

2.2.2.5.3. Grandissement longitudinal

Soient 2 points objets A et C situés sur l'axe optique et A' et C' les images correspondantes. On définit un grandissement longitudinal :

$$\gamma_l = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} \quad (2.5)$$

Dans l'approximation de *Gauss*, la condition de Herschel est :

$$n \cdot \overline{AC} \cdot \theta^2 = n' \cdot \overline{A'C'} \cdot \theta'^2 \quad (2.6)$$

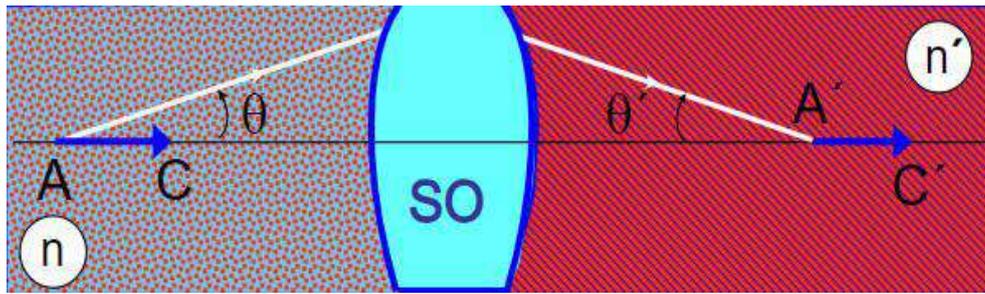


Fig.2.14. Grandissement longitudinal

Ce qui conduit à :

$$\gamma_l = \frac{n}{n'} \gamma^2 = \frac{y}{G_a} \tag{2.7}$$

γ_l est positif, c'est-à-dire que si l'objet se déplace d'une petite quantité Δx , son image se déplace de $\Delta x'$ dans le même sens.

2.2.2.6. Distances focales et vergence

2.2.2.6.1. Distances focales

On appelle **distance focale objet** la quantité algébrique $f = \overline{HF}$.

On appelle **distance focale image** la quantité algébrique $f' = \overline{H'F'}$

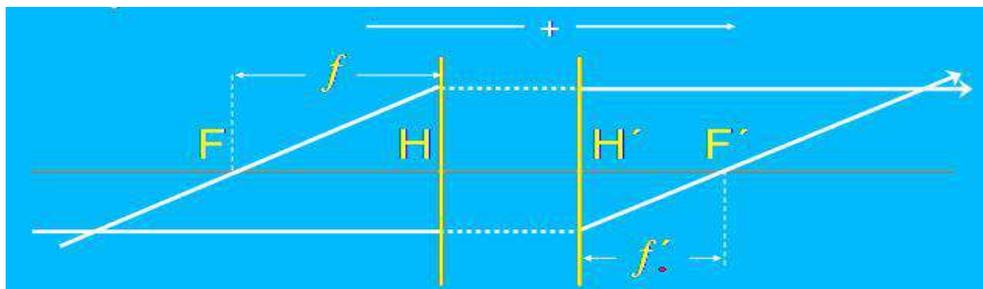


Fig.2.15. Distances focales

Considérons un objet \overline{AB} situé dans le plan focal objet. Soit BH un rayon incident incliné d'un angle θ et H'E le rayon émergent correspondant, incliné d'un angle θ' (H'E est parallèle à K'F' puisque B joue le rôle du foyer objet secondaire).

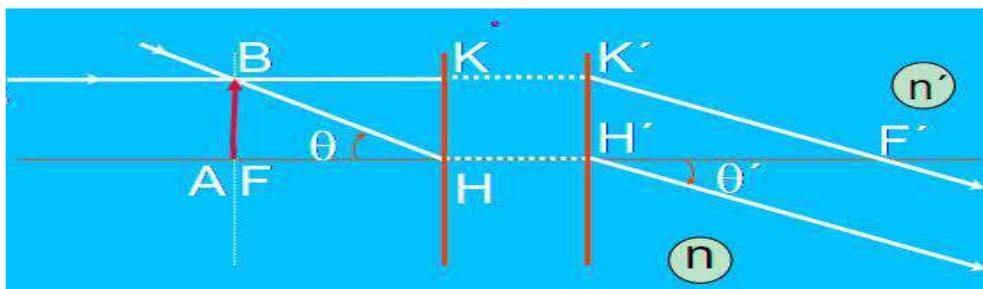


Fig.2.16. Calcul distances focales

Sachant que pour les plans P et P', on a $\gamma = 1$, on en déduit que : $n\theta = n'\theta'$,

θ et θ' étant orientés, il est évident que : $\overline{FB} = \overline{H'K'} = \theta\overline{HF} = \theta'\overline{H'F'}$

De la relation précédente, on en déduit :

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} \quad (2.8)$$

2.2.2.6.2. Vergence

Soit un point objet A dans un milieu d'indice n et H la position du plan principal objet d'un système centré.

Soit A' le point image correspondant au milieu d'indice n' et H la position du plan principal image.

On appelle vergences des points A et A', les quantités :

$$V_A = \frac{-n}{HA} \quad (2.9)$$

$$V_{A'} = \frac{-n'}{H'A'} \quad (2.10)$$

Si A est à l'infini, A' devient le foyer image du système, donc : $V_A = 0$

$$\text{La vergence du système optique : } V = \frac{-n'}{H'F'} = \frac{n'}{f'} \quad (2.11)$$

$$\text{Si A' est à l'infini, } V_{A'} = 0 \text{ et } V_A = \frac{-n}{HF} = \frac{-n}{f} = \frac{n'}{f'} = V \quad (2.12)$$

Chapitre 3 : Miroir plan

Prérequis

Formation des images et approximation de Gauss

Objectifs pédagogiques du chapitre 3

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Construire l'image d'un point objet donnée par un miroir plan ;
- Construire l'image d'un objet étendu donnée par un miroir plan.

Sommaire du chapitre 3

3.1. Image d'un point objet donnée par un miroir plan

3.1.1. Définition et propriétés

3.1.2. Formation des images

3.1.2.1. Construction d'un rayon incident et de son rayon réfléchi

3.1.2.2. Construction d'un deuxième rayon incident et de son réfléchi

3.1.2.3. Le point A' est une image virtuelle

3.1.2.4. Etude de la symétrie du problème

3.1.2.5. Relation de conjugaison

3.1.2.6. Le stigmatisme

3.2. Image d'un objet étendu donnée par un miroir plan

3.2.1. Situation

3.2.2. Expérience de la bougie

3.2.3. Position et grandeur de l'image d'un objet étendu

3.2.4. Aplanétisme

3.2.5. Exercices

3.1. Image d'un point objet donnée par un miroir plan

3.1.1. Définition et propriétés

En optique, un miroir est une surface réfléchissante.

Un miroir plan est une surface réfléchissante plane qui réfléchit de façon spéculaire (régulière) la lumière. Il forme une image virtuelle. Les rayons réfléchis par le miroir semblent provenir de l'endroit où se trouve l'image virtuelle. Le miroir plan se schématise par un segment qui représente la face réfléchissante du miroir, vue de profil. La face cachée du miroir est représentée par des hachures (Fig.3.1).

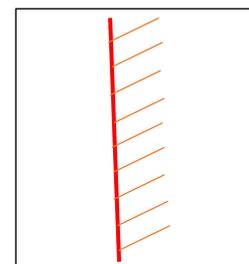


Fig.3.1. Symbole du miroir plan

3.1.2. Formation des images

Considérons un point objet lumineux A et nous cherchons l'image A' qu'en donne un miroir plan. D'après la définition du point image, il nous faut donc tracer tous les rayons lumineux issus du point objet A, construire leurs rayons réfléchis en appliquant les lois de la réflexion, et enfin trouver le point d'intersection de ces rayons réfléchis. Cette intersection est le point image A' du point objet A donnée par le miroir.

3.1.2.1. Construction d'un rayon incident et de son rayon réfléchi

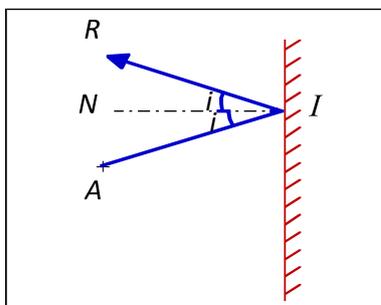


Fig. 3.2a : construction du premier rayon

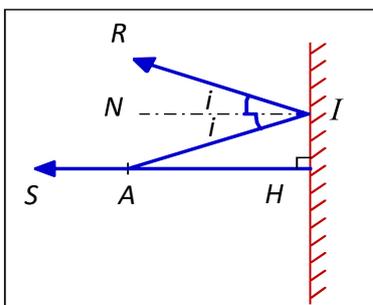


Fig. 3.2b : construction du deuxième rayon

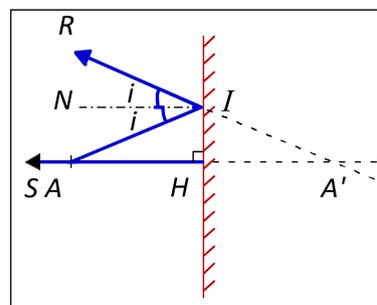


Fig. 3.2c : construction de l'image

Nous commençons donc par tracer un premier rayon lumineux (AI) issu de A et frappant le miroir en I (Fig. 3.2a). Il se réfléchit en formant le rayon (IR) que nous construisons en appliquant les lois de la réflexion : Les rayons (AI), (IR) et la normale (IN) au miroir sont coplanaires ; De plus, l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

De par sa définition, le point image A' appartient à (IR). Cette propriété n'est pas suffisante pour localiser A'. Il faut donc utiliser un deuxième rayon lumineux.

3.1.2.2. Construction d'un deuxième rayon incident et de son réfléchi

Nous allons choisir un rayon particulier pour rendre la construction plus simple (**Fig. 3.2b**). Nous construisons donc comme deuxième rayon lumineux, le rayon (AH) toujours issu de A et frappant maintenant le miroir en H, sous incidence normale. Il se réfléchit sur lui-même en formant le rayon (HS).

3.1.2.3. Le point A' est une image virtuelle

Sur **Fig. 3.2c**, nous constatons que les rayons réfléchis (IR) et (HS) ne se coupent pas en avant du miroir. Mais leurs prolongements, tracés en pointillés sur le schéma, se coupent en arrière du miroir en un point qui, par définition, est l'image A'. Donc, quand vous regardez le miroir, les rayons réfléchis semblent provenir du point A'. L'image A' est dite virtuelle parce que ce sont les prolongements des rayons qui se coupent en A' et non les rayons eux-mêmes.

Le sens de l'adjectif « virtuelle », utilisé en optique depuis fort longtemps, n'a rien à voir avec son utilisation contemporaine. Dire que l'image est virtuelle, c'est seulement dire que ce sont les prolongements des rayons lumineux qui se coupent et non les rayons eux-mêmes. Dans le cas où les rayons lumineux se coupent effectivement, l'image est dite réelle. Nous en rencontrerons dans les chapitres suivants.

3.1.2.4. Etude de la symétrie du problème

Par construction, le rayon réfléchi (A'IR) est le symétrique par rapport au miroir du rayon incident (AI).

En effet : I est son propre symétrique.

De plus les angles (HIA) et (HIA') sont égaux car :

$$\widehat{HIA} = \frac{\pi}{2} - i \text{ et } \widehat{A'IN'} = i; \text{ donc } \widehat{HIA'} = \frac{\pi}{2} - i$$

Finalement $\widehat{HIA} = \widehat{HIA'}$

Donc le rayon réfléchi est symétrique du rayon incident par rapport au miroir.

Il en est de même du rayon incident (AH) et de son réfléchi (A'HS).

Donc le point A', intersection des rayons réfléchis, est le symétrique du point A, intersection des rayons incidents :

A' est le symétrique de A par rapport au miroir. Ceci permet de donner une relation qui donne la position de l'image en fonction de celle de l'objet (**Fig. 3.3**).

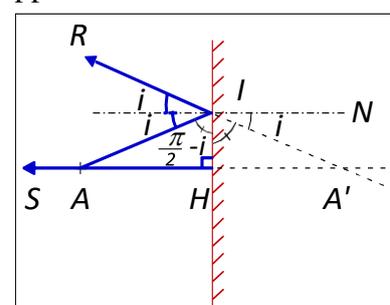


Fig. 3.3 : position géométrique de l'image

3.1.2.5. Relation de conjugaison

En optique, on appelle « relation de conjugaison », la relation qui donne la position de l'image A' en fonction de celle de l'objet A . A et A' sont dits « points conjugués ».

La symétrie entraîne que : $HA' = HA$ sachant que A et A' sont de part et d'autre de H , détermine la position de A' .

Nous pourrions nous contenter de cette égalité, cependant nous allons traduire algébriquement cette propriété de symétrie car ainsi, nous n'aurons plus besoin de préciser que A et A' sont de part et d'autre de H .

Pour cela, nous transformons la droite (AH) en l'axe $(x'x)$, perpendiculaire au miroir et orienté dans le sens de la lumière incidente (c'est à dire de A vers H) (**Fig. 3.4**).

La symétrie donne, en utilisant les mesures algébriques sur l'axe $(x'x)$: $\overline{HA'} = -\overline{HA}$

Cette dernière égalité est la relation de conjugaison de A et A' par rapport au miroir.

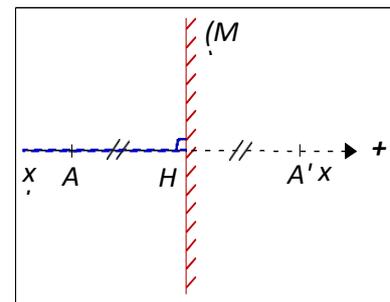


Fig. 3.4 : position algébrique de l'image

3.1.2.6. Le stigmatisme

Considérons un troisième rayon lumineux (AJ) issu de A et frappant le miroir en J (**Fig. 3.5**). Il se réfléchit en formant le rayon (JT) dont le prolongement en arrière du miroir coupe les deux premiers rayons réfléchis en A' car les propriétés géométriques sont toujours les mêmes, le rayon (JT) est symétrique du rayon (AJ) par rapport au miroir et il doit donc passer par A' .

Et il en est ainsi de tous les rayons lumineux issus de A : leurs rayons réfléchis semblent tous provenir de A' .

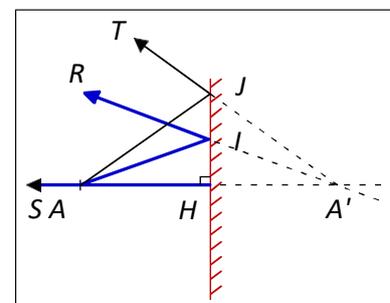


Fig. 3.5 : construction du troisième rayon

Comme tous les rayons réfléchis semblent provenir du même point, lorsque nous regardons la pointe d'un crayon grâce à un miroir plan, nous la voyons nette. C'est ainsi que nous voyons une image de bonne qualité.

Imaginons que la moitié des rayons lumineux réfléchis semblent provenir de A' et l'autre moitié d'un point A'' , nous verrions alors deux images (chacune deux fois moins lumineuses que l'image habituelle).

Et si les rayons réfléchis semblaient provenir, non pas d'un point ou de plusieurs, mais d'une petite tache, nous verrions une « image » floue – elle serait d'autant plus floue que la tâche serait étalée.

Dans le cas du miroir plan, tous les rayons réfléchis (issus de rayons incidents venant du point A) semblent provenir d'un seul point A'. Il y a donc stigmatisme rigoureux.

Le miroir plan est rigoureusement stigmatique.

Remarque : succession de deux miroirs

Plaçons un second miroir (M') sur le trajet des rayons réfléchis. Ils deviennent des rayons incidents pour ce second miroir. Ces rayons incidents semblent provenir du point A' qui devient un objet pour le second miroir. Donc le point A' donne une image A'' symétrique de A' par rapport au second miroir.

Nous obtiendrions la même image A'' en remplaçant l'objet A et le premier miroir par un objet situé en A'.

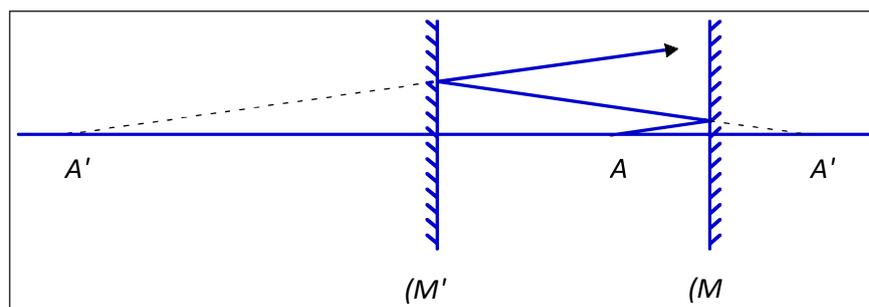


Fig. 3.6 : succession de deux miroirs

Pour cette deuxième réflexion, peu importe que les rayons semblent provenir ou proviennent du point A', ce qui compte c'est la direction des rayons et cette direction est donnée immédiatement par la position de A'. Une image, réelle ou virtuelle, s'utilise de la même façon qu'un objet lumineux.

Quel que soit le deuxième système optique (miroir, appareil photo, œil), l'utilisation de l'image, réelle ou virtuelle, reste la même.

Le miroir (M') donne aussi du point A une image A1 et ainsi de suite...

3.2. Image d'un objet étendu donnée par un miroir plan

3.2.1. Situation

Les objets lumineux étendus sont tous les objets lumineux non ponctuels. Rechercher l'image d'un objet étendu est donc a priori complexe. Nous allons donc d'abord envisager le cas d'un objet étendu de forme très simple : un segment AB perpendiculaire à l'axe (x'x). Pourquoi nous intéressons-nous à un objet si désincarné ? En faisant tourner cet objet autour

de l'axe ($x'x$), il engendre un objet plan. Puis en le déplaçant le long de l'axe, il crée un objet quelconque. Donc de proche en proche, si nous savons construire l'image d'un segment, nous saurons construire celle de tout objet étendu.

Remarque

Un plan perpendiculaire à l'axe ($x'x$) est dit « plan de front ». En optique, lorsqu'on considère un objet lumineux étendu, il s'agit d'un segment situé dans un plan de front. Les autres objets étendus s'en déduisent.

3.2.2. Expérience de la bougie

Lorsque vous regardez une vitrine de magasin, vous voyez les objets exposés grâce à la réfraction à travers la vitre mais vous voyez aussi votre image par réflexion sur la vitre. L'expérience de la bougie s'inspire de cette observation usuelle.

Une vitre sert de miroir. Une bougie est placée devant la vitre. L'observateur voit simultanément la bougie et son image. Une autre bougie est alors placée derrière le miroir comme un objet exposé dans une vitrine. L'observateur voit alors trois bougies : la première, son image obtenue par réflexion sur la vitre et la deuxième bougie par réfraction. On déplace la deuxième bougie de façon qu'elle soit au même endroit que l'image de la première bougie. Lorsque le réglage est fait, l'observateur ne voit plus que deux bougies. Et on constate que la bougie et son image sont symétriques par rapport à la vitre-miroir.

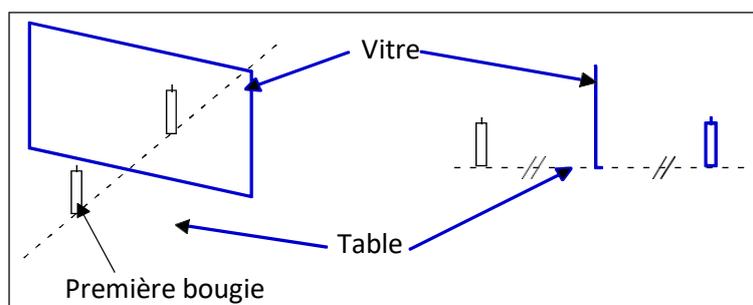


Fig. 3.7 : expérience de la bougie

Nous pouvons dramatiser cette expérience en allumant la première bougie. Combien y a-t-il de bougie(s) allumée(s) ? Combien l'observateur voit-il de bougie(s) allumée(s) ? Que se passe-t-il si l'expérimentateur met ses doigts dans la flamme de l'image ? Se brûle-t-il ?

La réponse est que chaque point C appartenant au segment AB donne un point image C' symétrique de C par rapport au

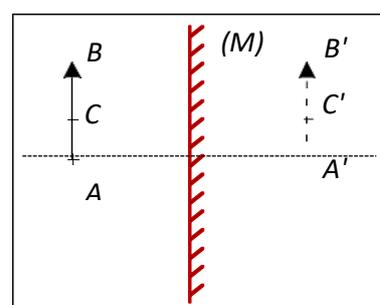


Fig. 3.8 : image d'un objet

miroir. Donc l'image du segment AB est le segment A'B' symétrique de AB par rapport au miroir.

On peut conclure que l'image est située derrière la vitre-miroir, à une distance égale à celle qui sépare l'objet de la vitre-miroir. Elle n'est pas collée contre le miroir, ni « dans » le miroir.

3.2.3. Position et grandeur de l'image d'un objet étendu

La position de l'image d'un segment situé dans un plan de front est donnée par la position de A', elle-même donnée par la relation de conjugaison : $\overline{HA'} = -\overline{HA}$

Le grandissement transversal est une grandeur algébrique qui compare la taille de l'image à celle de l'objet.

Ces tailles sont mesurées algébriquement sur l'axe (y'y), perpendiculaire à l'axe (x'x) et orienté vers le haut de la page.

Pour un objet en forme de segment, situé dans un plan de front, on appelle grandissement transversal la quantité γ :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (3.1)$$

C'est un nombre sans dimension (il est le quotient de deux grandeurs de même nature). Il peut être positif ou négatif. Dans le cas du miroir plan $\gamma = +1$.

Lorsque γ est positif l'image est dite droite, lorsqu'il est négatif l'image est dite renversée.

Dans le cas du miroir plan, l'image est droite.

Lorsque $|\gamma| > 1$ l'image est dite agrandie, lorsque $|\gamma| < 1$ l'image est dite réduite. Lorsque $|\gamma| = 1$, l'image et l'objet ont la même taille, c'est le cas du miroir plan.

Remarque

L'image d'un objet étendu, en forme de segment AB situé dans un plan de front, est entièrement connue si la relation de conjugaison et le grandissement transversal sont connus.

3.2.4. Aplanétisme

Lorsqu'on fait tourner l'objet AB autour de l'axe (x'x), il engendre un objet plus étendu en forme de disque de centre A et perpendiculaire à l'axe. Simultanément, à cause de la symétrie, l'image A'B' engendre un disque image de centre A', lui aussi perpendiculaire à l'axe. Pour nommer cette propriété, on dit qu'il y a aplanétisme rigoureux. Le miroir plan

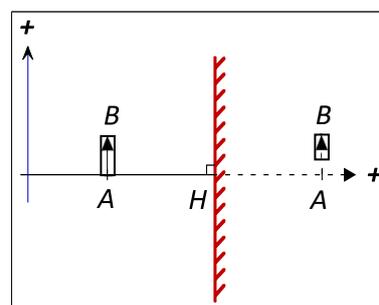


Fig. 3.9 : position et grandissement

est rigoureusement aplanétique. Cette propriété du miroir plan entraîne que la qualité de l'image est parfaite. Nous voyons grâce au miroir une image parfaitement nette – à cause du stigmatisme - et de même forme que l'objet – à cause de l'aplanétisme. Imaginons que l'image d'un disque perpendiculaire à l'axe est une calotte sphérique (une portion de sphère), alors nous verrions une image déformée.

Remarques

- Le stigmatisme n'est pas limité à un couple de points conjugués. Il s'étend aux plans de front contenant ces points. L'aplanétisme traduit la conservation du stigmatisme dans un plan de front.
- Le miroir plan est rigoureusement stigmatique et aplanétique. Donc, la qualité de l'image est parfaite.
- Bien que le grandissement transversal du miroir soit égal à +1, l'image d'un objet plan n'est pas superposable à l'objet. En effet, l'image d'une lettre « d » est une lettre « b » et réciproquement. Il en est de même pour les lettres « p » et « q ». Ou encore, une main droite devient une main gauche.

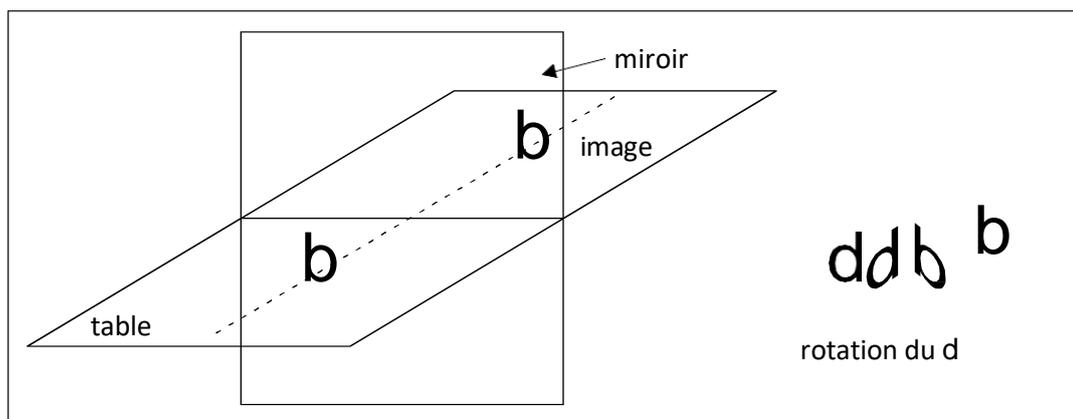


Fig. 3.10 : l'image d'un « d » est un « b » étendu

Sur **Fig 3.10**, un expérimentateur place une lettre d devant un miroir. Un observateur, s'il est placé entre la lettre et le miroir la voit comme un d et s'il est placé derrière la lettre d, la voit comme un b ainsi que son image.

Le schéma annexe montre comment l'observateur en tournant autour du d, le voit se transformer en b.

Résumé : *Nous avons défini la notion d'image comme intersection des rayons réfléchis ce qui est nécessaire à son utilisation, en tant qu'objet lumineux, par un deuxième système optique quelconque et particulièrement par l'œil.*

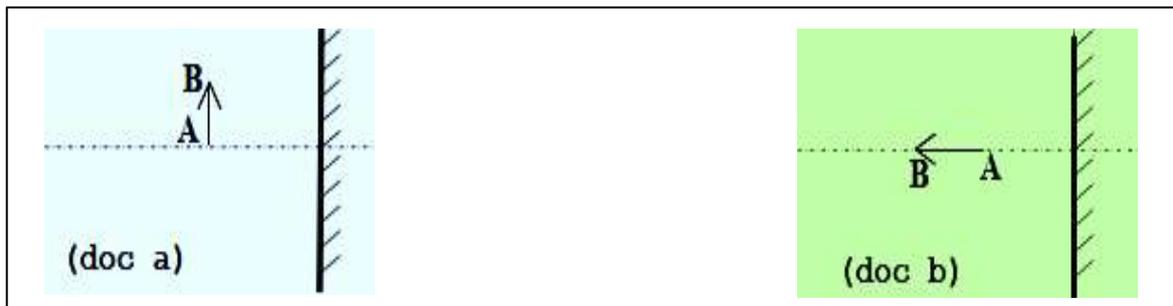
De plus, cette image est caractérisée par sa nature, réelle ou virtuelle ; Elle est déterminée par sa position grâce à la relation de conjugaison et par sa taille grâce au grandissement transversal ; Et la netteté de l'image est due aux qualités du système optique : son stigmatisme et son aplanétisme.

Nous avons introduit toutes ces notions sur le cas particulier du miroir plan, mais elles sont générales.

3.3. Exercices

Exercice 1

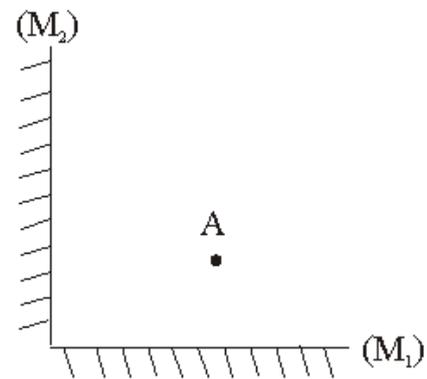
- Construire l'image d'un objet AB transverse (parallèle au miroir) (doc a).
- Construire l'image d'un objet AB axial (orthogonal au miroir) (doc b).
- Hachurer la zone où doit se trouver l'œil d'observateur pour qu'il puisse voir l'objet tout entier.



Exercice 2

Deux miroirs M_1 et M_2 sont disposés perpendiculairement l'un à l'autre, et un objet ponctuel A est situé de façon à être vu simultanément dans ces 2 miroirs.

- Construire l'image A_1 de A dans le miroir M_1 et tracer un faisceau de rayons issu de A puis réfléchis par M_1 . A_1 peut-il jouer le rôle d'objet par rapport au miroir M_2 ? Si oui, construire son image A_{12} dans M_2 et les rayons correspondants. Le processus peut-il se poursuivre par une nouvelle réflexion sur M_1 ?



- De la même manière, construire l'image A_2 de A dans M_2 puis l'image A_{21} de A_2 dans M_1 . Finalement, combien d'images de A l'observateur peut-il voir ?

Chapitre 4 : Dioptre plan

Prérequis

Formation des images et approximation de Gauss

Objectifs pédagogiques du chapitre 4

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Construire l'image d'un point objet donnée par un dioptre plan ;
- Construire l'image d'un objet étendu donnée par un dioptre plan.

Sommaire du chapitre 4

4.1. L'image d'un point objet lumineux

4.1.1. Définition et propriétés

4.1.2. Construction de l'image d'un point objet lumineux

4.1.3. L'absence de stigmatisme rigoureux

4.1.4. Le stigmatisme approché

4.1.5. Le diaphragme

4.2. L'image d'un objet étendu

4.2.1. Construction de l'image d'un objet AB

4.2.2. L'aplanétisme approché

4.3. Exercices

4.1. L'image d'un point objet lumineux

4.1.1. Définition et propriétés

Un dioptre est la surface de séparation entre deux milieux transparents d'indices de réfraction différents. Lorsque cette surface de séparation est plane, le dioptre est dit plan.

4.1.2. Construction de l'image d'un point objet lumineux

Considérons un dioptre plan séparant l'air d'indice 1 et l'eau d'indice n . Cherchons l'image d'un point objet A situé dans l'eau. Nous nous mettons à la place d'un biologiste ou d'un pêcheur observant un poisson.

L'image A' est, par définition, le point d'intersection des rayons réfractés. Il nous faut donc tracer tous les rayons lumineux issus du point objet A , construire leurs rayons réfractés en appliquant les lois de la réfraction, et enfin trouver le point d'intersection de ces rayons réfractés.

Traçons d'abord le rayon particulier (AH). Il se réfracte en formant le rayon (HT) sans déviation, car l'angle d'incidence étant nul, l'angle de réfraction l'est aussi. L'image A' appartient au rayon (HT).

Puis traçons le rayon quelconque (AI). Il se réfracte en formant le rayon (IR) situé dans le plan d'incidence et qui s'écarte de la normale. En effet : $n \sin i = \sin r$ avec $n > 1$ entraîne $\sin r > \sin i$ donc $r > i$: le rayon lumineux s'écarte de la normale.

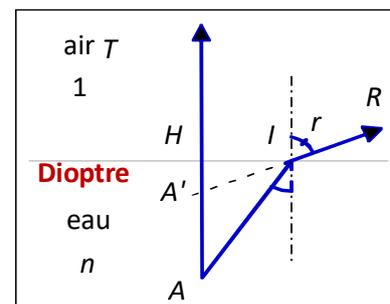


Fig.4.1: construction de l'image

L'image A' appartient aux rayons réfractés (HT) et (IR).

Ce sont les prolongements des rayons (HT) et (IR) qui se coupent. L'image A' est donc une image virtuelle.

La construction montre que le biologiste voit le poisson plus près de lui qu'il ne l'est en réalité. C'est vrai aussi pour un pêcheur...

4.1.3. L'absence de stigmatisme rigoureux

Nous cherchons la relation de conjugaison, c'est à dire à calculer la position HA' de l'image, en fonction de HA qui est la position de l'objet.

Dans le triangle $HA'I$, rectangle en H , nous retrouvons l'angle r en A' :

$$\operatorname{tg}(r) = \frac{HI}{HA'} \quad (4.1)$$

Ce qui nous permet d'exprimer HA' :

$$HA' = \frac{HI}{\operatorname{tg}(r)} \quad (4.2)$$

Il nous faut exprimer HI. Dans le triangle HAI, rectangle en H, nous retrouvons l'angle i en A :

$$\operatorname{tg}(i) = \frac{HI}{HA} \quad (4.3)$$

$$HI = HA \operatorname{tg}(i) \quad (4.4)$$

En remplaçant HI par son expression (4.4) dans la relation (4.1), nous obtenons la relation de conjugaison:

$$HA' = \frac{\operatorname{tg}(i)}{\operatorname{tg}(r)} HA \quad (4.5)$$

Cette relation montre que la position de l'image dépend de A (par HA) mais aussi de i et de r . Elle dépend apparemment de r mais avec $n \sin i = \sin r$, nous constatons que r dépend de i . Donc finalement la position de l'image dépend de A (par HA) et de i .

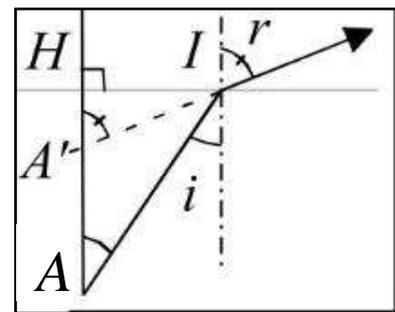


Fig.4.2: relation de conjugaison

Il est normal que la position de l'image dépende de la position de l'objet. Mais comme la position de l'image dépend de i , il n'y a pas à proprement parler d'image : tous

les rayons lumineux issus de A ne se réfractent pas en semblant provenir de A'. Il n'y a pas stigmatisme rigoureux.

Mais alors pourquoi voyons-nous tout de même le poisson ? Parce qu'il y a stigmatisme approché. C'est ce que nous allons expliciter.

4.1.4. Le stigmatisme approché

Lorsque nous regardons un poisson, seuls comptent les rayons lumineux réfractés qui entrent dans la pupille de notre œil. Donc seuls comptent les rayons incidents correspondants à ces rayons réfractés. Or le diamètre de la pupille est petit, donc seules comptent les faibles valeurs de r et les faibles valeurs de i .

Alors, les approximations suivantes sont très bonnes :

$$\sin x \approx x \text{ et } \operatorname{tg} x \approx x \quad (4.6)$$

La loi de Snell- Descartes s'écrit :

$$n \cdot i = r \text{ donc } \frac{i}{r} = \frac{1}{n} \quad (4.7)$$

Et la relation de conjugaison devient :

$$HA' = \frac{i}{r} HA \quad (4.8)$$

$$HA' = \frac{HA}{n} \quad (4.9)$$

Puis en utilisant l'axe ($x'x$) perpendiculaire au dioptre et orienté dans le sens de la lumière incidente :

$$\overline{HA'} = \frac{\overline{HA}}{n} \quad (4.10)$$

Car \overline{HA} et $\overline{HA'}$ sont de même signe, tous les deux négatifs.

Nous constatons maintenant que la position de A' ne dépend plus que de A . Donc tous les rayons utiles issus de A se réfractent en semblant provenir du même point A' .

Ce point est l'image de A à travers le dioptre. Il y a stigmatisme approché, ce qui nous permet de voir nettement le poisson.

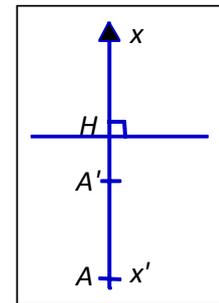


Fig.4.3: algébrisation

Remarque : La position de l'image dépend de la nature du dioptre par la valeur de l'indice de réfraction n . Un dioptre air/verre ne conduit pas à la même position de l'image qu'un dioptre air/eau.

4.1.5. Le diaphragme

Un « diaphragme » est un trou circulaire percé dans un écran. Certains sont de diamètre réglable.

La pupille est le diaphragme de l'œil. Dans les instruments d'optique ou au laboratoire, des diaphragmes servent à limiter l'ouverture (la largeur) du faisceau incident. Ils permettent d'obtenir le stigmatisme approché. Le faisceau incident est dit « diaphragmé ».

4.2. L'image d'un objet étendu

4.2.1. Construction de l'image d'un objet AB

Nous considérons d'abord l'objet étendu le plus simple : un segment AB situé dans un plan de front, c'est à dire perpendiculaire à l'axe ($x'x$).

L'objet étendu AB est un ensemble d'objets ponctuels contigus (collés les uns aux autres). Un point quelconque

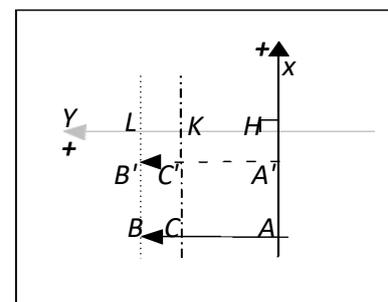


Fig.4.4 : image d'un objet étendu

C appartenant au segment AB donne un point image C' appartenant à la droite (CK) perpendiculaire au dioptre.

La position de C' est déterminée par la relation de conjugaison :

$$\overline{KC'} = \frac{\overline{KC}}{n} \quad (4.11)$$

Comme l'objet AB est dans un plan de front, toutes les positions objets sont égales. Et ceci entraîne que toutes les positions images le sont aussi :

$$\overline{HA'} = \dots \overline{KC} = \dots \overline{LB} \rightarrow \overline{HA'} = \dots \overline{KC'} = \dots \overline{LB} = \frac{\overline{HA}}{n} \quad (4.12)$$

Donc tous les points images forment le segment A'B' perpendiculaire à l'axe (x'x) et de même taille que l'objet AB. L'image A'B' est complètement déterminée par la relation de conjugaison et le grandissement transversal :

$$\overline{HA'} = \frac{\overline{HA}}{n}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1 \quad (4.13)$$

Remarque :

Lorsque γ est positif l'image est dite droite, lorsqu'il est négatif l'image est dite renversée.

Lorsque $|\gamma| > 1$, l'image est dite agrandie, lorsque $|\gamma| < 1$ l'image est dite réduite.

Lorsque $|\gamma| = 1$, l'image et l'objet ont la même taille.

4.2.2. L'aplanétisme approché

Lorsqu'on fait tourner l'objet AB autour de l'axe (x'x), il engendre un objet plus étendu en forme de disque de centre A situé dans un plan de front⁷. Simultanément, l'image A'B' engendre un disque image de centre A', lui aussi dans un plan de front.

Donc la situation est la suivante : grâce au stigmatisme approché A' est l'image de A, et de plus l'image d'une portion de plan de front contenant A est une portion de plan de front contenant A'.

Il y a donc aplanétisme approché.

Il y a conservation du stigmatisme approché dans une portion de plan de front, une portion seulement car nous considérons uniquement les rayons ayant un angle d'incidence faible.

4.3. Exercices

Exercice 1

Un pêcheur aperçoit un poisson situé à 1 m sous la surface de l'eau, sur la même verticale.

En considérant que ces yeux sont à 1,40 m au-dessus de l'eau :

1. A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson ?
2. A quelle distance de l'œil du poisson se trouve l'image du pêcheur ?
3. A quelle profondeur doit se trouver le poisson pour que l'image vue par le pêcheur soit décalée de 15 cm par rapport à sa position réelle ?

On donne l'indice de l'eau $n=1,33$.

Exercice 2

En utilisant la relation de conjugaison du dioptre plan, déterminer la nature de l'image. On étudiera le cas de l'objet réel et celui de l'objet virtuel.

Exercice 3

À partir de la construction de l'image d'un objet réel à travers un dioptre plan qui sépare deux milieux d'indice n et n' ($n' > n$), montrer qu'ils ont la même taille.

Chapitre 5 : Prisme optique

Prérequis

Lois de Snell-Descartes.

Objectifs pédagogiques du chapitre 5

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Déviation de la lumière par le prisme.
- Mesure de l'indice d'un verre.
- Spectrométrie à prisme.

Sommaire du chapitre 5

Introduction

5.1. Présentation du prisme

5.2. Déviation de la lumière par un prisme

5.2.1. Angle de déviation

5.2.2. Relations du prisme

5.2.3. Conditions d'émergence

5.2.4. Minimum de déviation

5.3. Déviation de la lumière par un prisme

5.4. Exercices

Introduction

Un prisme disperse la lumière polychromatique. Eclairons-le par un faisceau de lumière blanche. Le faisceau est réfracté lors du passage de la face d'entrée puis de la face de sortie. Il est décomposé en différentes couleurs, les angles de déviation sont différents selon la couleur : il y a **dispersion de la lumière** en ses composantes. La dispersion est fonction de l'indice du prisme.



Fig.5.1 : Prisme optique

En médecine, on parle de **correction optique prismatique**.

La **diplopie** est une altération visuelle qui consiste en la perception de la double vision. Cette altération de la vision peut être horizontale, diagonale ou oblique en fonction de la manière dont les images apparaissent (au-dessus, sur le côté ou au-dessous). De plus, il peut affecter les deux yeux (binoculaire) ou un seul (monoculaire).

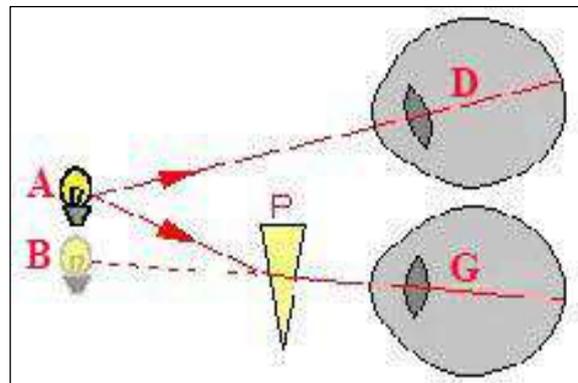


Fig.5.2 : Diplopie

La diplopie ou vision double peut être corrigée par l'usage des prismes sur les lunettes pour déplacer et corriger l'image.

5.1. Présentation du prisme

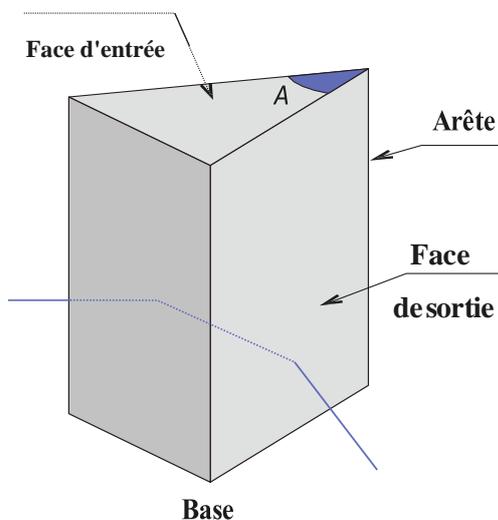


Fig.5.2.a : Prisme optique

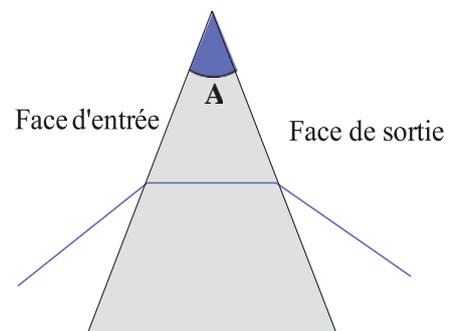


Fig.5.2.b : Faces utiles d'un prisme

Un prisme optique (triangulaire ou de Newton) est un milieu homogène transparent et isotrope, d'indice de réfraction n . Il est limité par deux dioptries plans (air/verre) et (verre/air) non parallèles entre eux et appelés les faces d'entrée et de sortie du prisme. Leur intersection forme l'arête du prisme caractérisée par l'angle au sommet A . La troisième face du prisme est appelée la base. On appelle le plan d'incidence celui formé par le rayon incident et la normale à la face d'entrée du prisme au point d'incidence I . Les rayons lumineux envoyés sur le prisme se réfractent successivement sur ses deux faces (**Fig.5.2**).

5.2. Déviation de la lumière par un prisme

5.2.1. Angle de déviation

Représentons un prisme d'arête perpendiculaire au plan de la figure, d'angle au sommet A et d'indice n , et traçons le cheminement d'un rayon à travers ce prisme placé dans l'air (indice optique $n_{\text{air}} = 1$). On note I le point d'incidence du rayon et I' son point d'émergence.

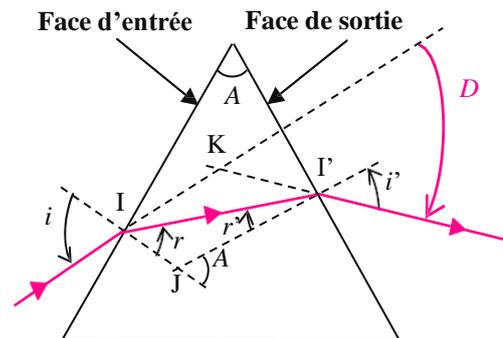


Fig.5.3 : Etude du trajet d'un rayon

Conventions

Aux points I et I' , les angles i , i' , r et r' sont définis positifs lorsque les normales extérieures au prisme sont situées entre les rayons lumineux et l'arête du prisme (**Fig.5.3**).

On appelle angle de déviation D , l'angle entre le rayon incident et le rayon émergent.

5.2.2. Relations du prisme

Écrivons la loi de Snell-Descartes pour la réfraction sur les deux faces du prisme :

- Sur la face d'entrée, le rayon passe de l'air au prisme :

$$n_{\text{air}} \sin i = n \sin r \Leftrightarrow \sin i = n \sin r \quad (5.1)$$

- Sur la face de sortie, le rayon passe du prisme à l'air :

$$n_{\text{air}} \sin i' = n \sin r' \Leftrightarrow \sin i' = n \sin r' \quad (5.2)$$

La somme des angles du triangle $(I I' J)$ permet d'établir une relation entre A , r et r' :

$$A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi \Leftrightarrow A = r + r' \quad (5.3)$$

De même, en considérant le triangle $(I I' K)$, on obtient une relation entre l'angle de déviation D et les angles i et i' :

$$\pi - D + (i - r) + (i' - r') = \pi \quad (5.4)$$

En utilisant la relation précédente entre A , r et r' , on obtient :

$$D = i + i' - A \quad (5.5)$$

Ainsi les quatre relations
du prisme sont :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases}$$

5.2.3. Conditions d'émergence

Examinons les conditions d'émergence du rayon sur la face de sortie du prisme. La lumière passe d'un milieu plus réfringent (prisme) à un milieu moins réfringent (air). Le phénomène de réflexion totale peut donc se produire si l'angle d'incidence r' sur cette face est supérieur à un angle limite r'_{lim} correspondant à $i' = \frac{\pi}{2}$:

$$n \sin r' = \sin \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \sin r'_{\text{lim}} = \frac{1}{n}$$

La réflexion totale sera évitée et un rayon émergera du prisme si l'angle d'incidence r' du rayon sur la face de sortie vérifie : $-r'_{\text{lim}} \leq r' \leq r'_{\text{lim}}$.

Examinons les conditions sur l'angle de réfraction r sur la face d'entrée du prisme.

– D'une part :

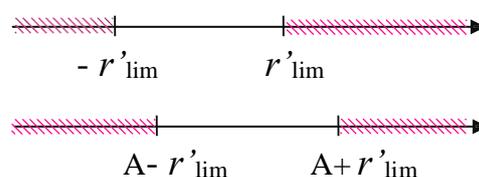
$$\begin{cases} A = r + r' \Leftrightarrow r = A - r' \\ -r'_{\text{lim}} \leq r' \leq r'_{\text{lim}} \end{cases} \rightarrow A - r'_{\text{lim}} \leq r \leq A + r'_{\text{lim}} \quad (5.6)$$

– D'autre part, la loi de Snell-Descartes sur la face d'entrée permet d'obtenir une autre condition sur l'angle r :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin r'_{\text{lim}} = \frac{1}{n} \end{cases} \rightarrow \sin r = \sin r'_{\text{lim}} \sin i \quad (5.7)$$

– Ainsi, $-\frac{\pi}{2} \leq i \leq \frac{\pi}{2} \rightarrow -r'_{\text{lim}} \leq r \leq r'_{\text{lim}}$ (5.8)

Les conditions d'émergence donnent donc deux intervalles de variation pour r :



Il n'y aura émergence d'un rayon que si les deux intervalles représentés sont disjoints, c'est-à-dire si : $A - r'_{lim} \leq r'_{lim} \leftrightarrow A \leq 2r'_{lim}$ (5.9)

Ainsi, si : $A > 2r'_{lim}$, il n'y a pas de rayon émergent.

Dans la suite, on se place dans le cas où $A \leq 2r'_{lim}$. Examinons les conditions sur l'angle d'incidence i du rayon sur le prisme pour avoir émergence.

L'existence d'un angle d'incidence limite r'_{lim} sur la face de sortie induit une condition sur l'angle d'incidence i :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \rightarrow \sin i = n \sin (A - r') \\ r = (A - r') \end{cases} \quad (5.10)$$

L'angle d'incidence i limite, noté i_0 , est obtenu pour $r' = r'_{lim}$:

$$\sin i_0 = n \sin (A - r'_{lim}) \quad (5.11)$$

Choisissons des angles positifs pour simplifier le problème :

$$r' \leq r'_{lim} \rightarrow r \geq A - r'_{lim} \quad (5.12)$$

$$\leftrightarrow \sin r \geq \sin (A - r'_{lim}) \quad (5.13)$$

$$\rightarrow \sin i \geq n \sin (A - r'_{lim}) \quad (5.14)$$

$$= \sin i_0 \quad (5.15)$$

$$\rightarrow i \geq i_0 \quad (5.16)$$

Le domaine de variation de i pour obtenir l'émergence est donc :

$$i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.17)$$

$$\text{Avec : } i_0 = \arcsin[n \sin(A - r'_{lim})] \quad (5.18)$$

5.2.4. Minimum de déviation

Considérons un rayon incident issu d'une source monochromatique : l'indice n du prisme est fixé. Lorsqu'on fait varier l'angle d'incidence i de i_0 à $\frac{\pi}{2}$, on constate que l'angle de déviation D passe par un minimum. Cette plus petite valeur de D , notée D_m , s'appelle **minimum de déviation**.

Pour déterminer D_m , différencions les relations du prisme précédemment établies :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \cos i \, di = n \cos r \, dr \\ \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr' \\ 0 = dr + dr' \\ dD = di + di' \end{cases}$$

$$\text{Ainsi : } \frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos r' \cdot \cos i}{\cos r \cdot \cos i'} \tag{5.18}$$

D passe par un minimum lorsque :

$$\frac{dD}{di} = 0 \Leftrightarrow \cos r' \cdot \cos i = \cos r \cdot \cos i' \tag{5.19}$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin^2 i)(1 - \sin^2 r') = (1 - \sin^2 i')(1 - \sin^2 r) \tag{5.20}$$

Puis en utilisant les lois de Snell-Descartes sur les faces d'entrée et de sortie, on obtient :

$$(1 - \sin^2 i)(1 - \frac{\sin^2 i'}{n^2}) = (1 - \sin^2 i')(1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}) \tag{5.21}$$

$$\Leftrightarrow (n^2 - 1)(\sin^2 i - \sin^2 i') = 0 \tag{5.22}$$

L'unique solution est $i = i'$, ce qui conduit à $r = r'$. Notons respectivement i_m et r_m ces angles.

Les relations géométriques du prisme donnent donc :

$$i_m = \frac{A + D_m}{2} \tag{5.23}$$

$$r_m = \frac{A}{2} \tag{5.24}$$

Au minimum de déviation, les rayons incidents et émergent sont symétriques par rapport au plan bissecteur du prisme.

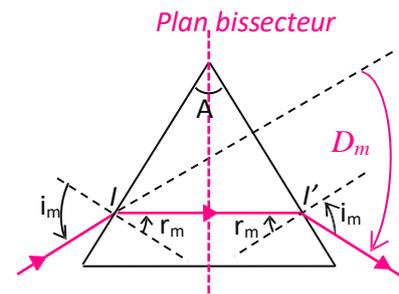


Fig.5.4 : minimum de déviation

Traçons les variations de l'angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence i pour $i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$

Tableau 1 : variations de l'angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence i

i	i_0		i_m		$\pi/2$
$\frac{dD}{di}$	$-\infty$	-	0	+	1
D	$i_0 + \frac{\pi}{2} - A$				$i_0 + \frac{\pi}{2} - A$
		$2i_m - A$			

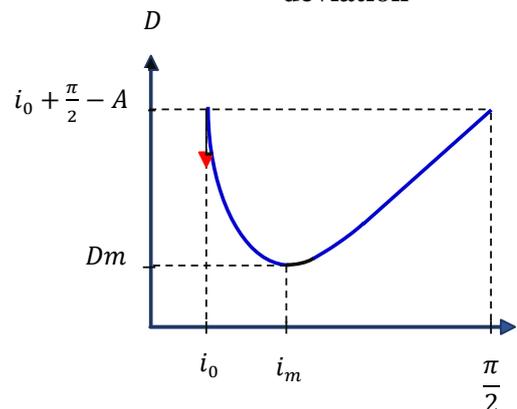


Fig.5.5: Courbe $D=f(i)$

En reportant les expressions des angles i_m et r_m dans les lois de Snell-Descartes, on obtient la relation entre l'angle de déviation minimum D_m et l'indice n du prisme d'angle au sommet A :

$$\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right) = n \sin\frac{A}{2} \quad (5.25)$$

L'indice du prisme peut être déterminé, pour une radiation monochromatique donnée, en mesurant l'angle de déviation minimum.

5.3. Déviation de la lumière par un prisme

Éclairons un prisme en verre, d'angle au sommet $A = 60^\circ$, avec une lampe à vapeur de mercure.

Le tableau ci-dessous indique les valeurs de l'angle minimum de déviation D_m obtenues expérimentalement pour les raies principales de longueurs d'onde connues.

Tableau 2 : valeurs de l'angle minimum de déviation D_m

Raie	(μm)	D_m
Rouge	0,6907	39°06'
Jaune	0,5790	39°22'
Jaune	0,5770	39°28'
Verte	0,5461	39°33'
Bleu-vert	0,4916	39°43'
Bleu-indigo	0,4358	40°05'
Violet	0,4047	40°21'

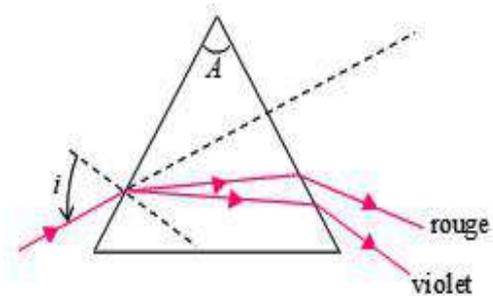


Fig.5.6 : Dispersion de la lumière par le prisme

On constate que la raie violette est plus déviée que la raie rouge. Ainsi, le prisme décompose la lumière blanche : on dit qu'il y a **dispersion de la lumière** par le prisme.

Calculons l'indice du prisme pour chacune des raies :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m+A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} \quad (5.26)$$

Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau ci-dessous. Vérifions qu'elles suivent la loi phénoménologique de Cauchy décrivant les variations de l'indice optique du matériau en fonction de la longueur d'onde :

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (5.27)$$

Où A et B sont des constantes dépendant du matériau utilisé.

Traçons la courbe donnant l'indice optique n en fonction de $\frac{1}{\lambda^2}$:

Tableau 3 : Indice optique n en fonction de $\frac{1}{\lambda^2}$

Raie	$l(\mu\text{m})$	n	$\frac{1}{\lambda^2} \cdot (\mu \cdot \text{m}^{-2})$
Rouge	0,6907	1,522	1,45
Jaune	0,5790	1,525	2,98
Jaune	0,5770	1,526	3,00
Verte	0,5461	1,527	3,35
Bleu-vert	0,4916	1,529	4,14
Bleu-indigo	0,4358	1,533	5,27
Violet	0,4047	1,536	6,11

Les points sont alignés ; la droite obtenue est affine, d'équation $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$, avec $A=1,517$ et $B= 3,06 \cdot 10^{-3} \mu \cdot \text{m}^2$.

La loi de Cauchy donnant les variations de l'indice du matériau en fonction de la longueur d'onde est vérifiée.

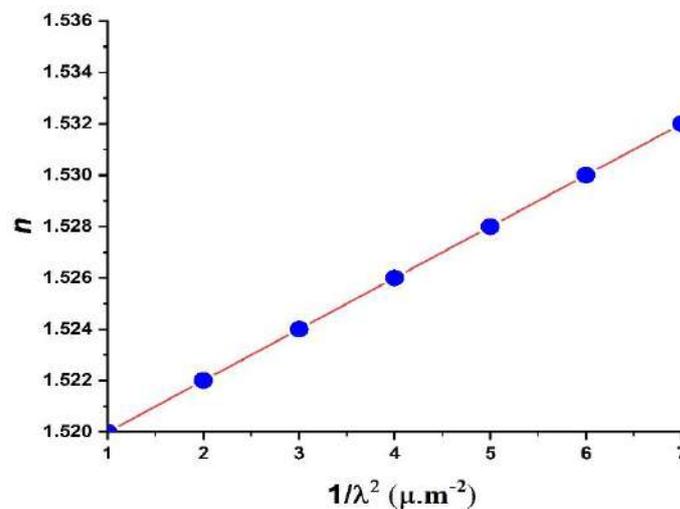


Fig.5.7 : Variation de l'indice du matériau en fonction de la longueur d'onde

5.4. Exercices

Exercice 1

Un prisme de verre d'indice $n=1,6$ et d'angle $A = 30^\circ$ est traversé par un rayon lumineux monochromatique. Le rayon incident tombe sur le prisme sous un angle $i=30^\circ$.

Déterminer l'angle de réfraction r sur la première face, l'angle d'incidence r' sur la deuxième face, l'angle d'émergence i' et la déviation totale créée par ce prisme.

On donne : $n=1,6$, $A = 30^\circ$ et $i = 30^\circ$

Exercice 2

Soit un prisme d'angle au sommet 30° et d'indice $n=1,5$

- Donner les valeurs des angles d'incidence, d'émergence et de l'angle de déviation totale dans les cas suivants :

1. incidence rasante
2. incidence normale
3. minimum de déviations
4. émergence rasante
5. émergence normale
6. Faire un schéma correspondant à chaque cas de figure.
7. déduire de cette étude les conditions d'émergence
8. tracer la courbe de variation de la déviation en fonction de l'incidence.

Exercice 3

Un prisme d'angle A et d'indice $n=1,5$ est éclairé par un rayon incident perpendiculaire à la face d'entrée du prisme.

Tracer la marche du rayon lumineux et calculer la déviation D dans les deux cas suivants :

$$A = 30^\circ \text{ et } A = 60^\circ$$

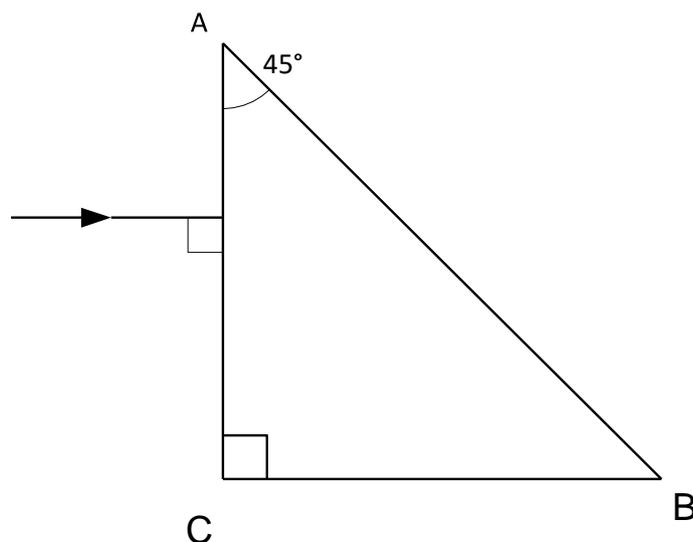
Exercice 4

Un prisme d'indice $n = 1,5$ a pour section droite un triangle équilatéral

- 1- Déterminer l'angle de déviation minimale lorsque le prisme est placé dans l'air
- 2- Quelle est la valeur de l'angle de déviation minimale D_m lorsque le prisme est plongé dans l'eau d'indice $4/3$.

Exercice 5

1. Compléter le chemin du rayon lumineux qui entre dans le prisme :



Justifier qu'il y a réflexion totale sur la face AB.

On donne : $1,52$: indice de réfraction du prisme

Chapitre 6 : Lame à face parallèles

Prérequis

Lois de Snell-Descartes.

Objectifs pédagogiques du chapitre 6

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Déviation de la lumière par le prisme.
- Mesure de l'indice d'un verre.
- Spectrométrie à prisme.

Sommaire du chapitre 6

6.1. Définitions

6.2. Action d'une lame sur la propagation d'un rayon lumineux

6.3. Déplacement latéral du rayon lumineux

6.4. Stigmatismes, absolu et approché

6.5. Image d'un objet ponctuel à travers une lame

6.6. Image d'un objet étendu ; grandissement linéaire

6.7. Lame entre deux milieux d'indices différents : lame mince

6.8. Exercices

6.1. Définitions

Une lame à faces planes et parallèles est un milieu transparent et homogène, limité par deux faces planes et parallèles.

En d'autres termes, une telle lame peut être considérée comme l'association de deux dioptries plans parallèles entre eux, limitant un milieu intermédiaire commun, celui de la lame.

On supposera que les deux faces de la lame baignent dans le milieu d'indice n_1 . On notera d'autre part que la lame est totalement caractérisée par son épaisseur e et son indice absolu n_2 . Enfin, on limitera l'étude de la lame au cas où le milieu optique qui la compose est plus réfringent que le milieu extérieur $n_2 > n_1$; cette

situation est en effet celle qui est le plus fréquemment rencontrée ainsi l'exemple type d'une lame à faces planes et parallèles est celui de la glace de vitrier qui équipe les fenêtres.

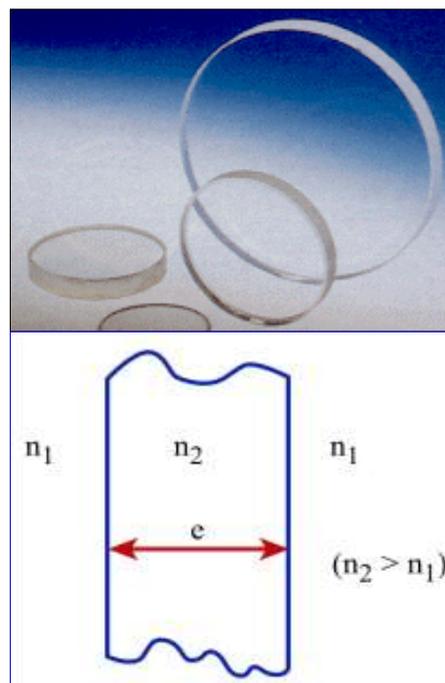


Fig.6.1. Lame à face parallèles

6.2. Action d'une lame sur la propagation d'un rayon lumineux

Considérons dans le plan de la figure 6.2, pris comme plan d'incidence, un rayon lumineux issu d'une source S , qui rencontre en I la face d'entrée d'une lame d'épaisseur e ; conformément aux lois de Descartes il lui correspond, compte-tenu de l'hypothèse faite sur les indices: $n_2 > n_1$, un rayon réfracté IJ lui-même contenu dans le plan de la figure 6.2 et tel que :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

En J , ce rayon subit à son tour le phénomène de réfraction puisque $i'_2 = i_2$ (angles alternes-internes) et

que l'angle i_2 est au plus égal à l'angle de réfraction limite de la lame. Quel que soit i_1 , il existe donc un rayon émergent JR dont il est facile de montrer qu'il a même direction que le rayon incident SI ; en effet les lois de Descartes appliquées en J nous précisent d'une part que JR est dans le même plan que IJ et donc que SI , d'autre part que les angles i_1 et i'_1 sont égaux. On retiendra donc que :

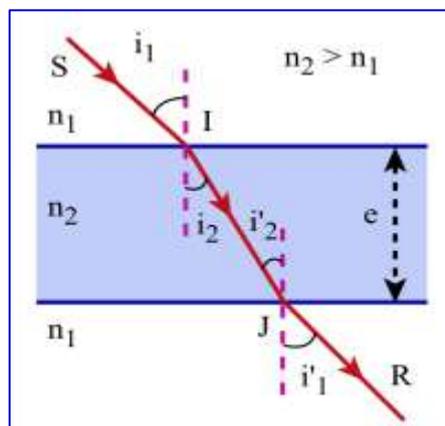


Fig.6.2. Action d'une lame sur la propagation d'un rayon lumineux

Lorsqu'un rayon lumineux frappe une lame à faces planes et parallèles d'épaisseur quelconque, il la traverse de part en part, si l'indice de la lame est supérieur à celui du milieu transparent et homogène dans lequel elle est placée. Ce phénomène de double réfraction ne **modifie pas la direction de propagation** de la lumière, entre rayon incident et rayon émergent.

Cette propriété se vérifie avec précision expérimentalement. On vise pour cela à l'aide d'une lunette astronomique une étoile. Celle-ci constitue pour l'instrument un **objet ponctuel et réel**, situé à l'infini; son **image** à travers l'objectif de la lunette est un point réel dont la position ne dépend, compte-tenu des propriétés de la lunette astronomique, que de la direction des rayons incidents parallèles qui tombent sur l'objectif. Pointons cette direction, puis disposons en avant de l'instrument une lame d'épaisseur quelconque, mais dont les faces sont parfaitement planes et parallèles ; on constate que la position de l'image de l'étoile n'a pas bougé, et ceci quelle que soit l'orientation de la lame. En **conclusion**, on vérifie bien qu'une lame de qualité parfaite n'a aucune action sur la direction de propagation des rayons lumineux.

6.3. Déplacement latéral du rayon lumineux

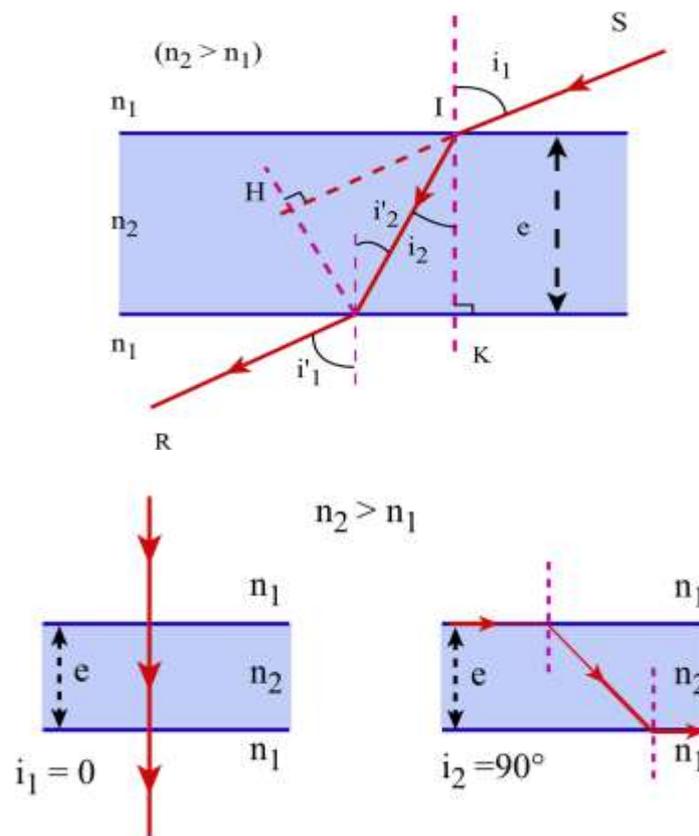


Fig.6.3. Déplacement latéral du rayon lumineux

Nous venons de voir qu'un rayon lumineux, traversant une lame à faces planes et parallèles, conserve sa direction de propagation. En revanche, il est déplacé latéralement et la translation HJ qu'il subit est telle que :

$$HJ = JI \sin(i_1 - i_2) \text{ (Triangle IHJ)} \quad (6.1)$$

$$\text{Avec : } JI = \frac{KI}{\cos i_2} = \frac{e}{\cos i_2} \text{ (Triangle JKI)} \quad (6.2)$$

$$\text{Soit : } HJ = e \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2} \quad (6.3)$$

Cette relation fait apparaître que **le déplacement latéral subi par le rayon est proportionnel à l'épaisseur de la lame**, et qu'il croît avec l'angle d'incidence, variant de 0 à e lorsque i_1 augmente de 0 à 90° ; autrement dit, un rayon lumineux frappant normalement une lame la traverse en ligne droite, tandis qu'un rayon qui entre en rasant la face d'entrée, sort en rasant la face de sortie.

6.4. Stigmatismes, absolu et approché

Partant de l'idée qu'une lame à faces planes et parallèles n'est autre que l'association de deux dioptries plans parallèles entre eux, il est possible de définir simplement les conditions de **stigmatisme** d'une lame à partir des résultats établis sur les dioptries plans.

On montre ainsi que :

Pour une lame à faces planes et parallèles :

- Le stigmatisme rigoureux n'est réalisé que pour les seuls points à l'infini.
- pour une source ponctuelle placée à distance finie, il y a stigmatisme approché si le pinceau de lumière émise est formé de rayons voisins de la normale aux deux faces de la lame.

6.5. Image d'un objet ponctuel à travers une lame

Puisqu'une lame à faces planes et parallèles est assimilable optiquement à un milieu transparent et homogène limité par deux dioptries plans qui en sont ses deux faces, la recherche de l'image d'un objet à travers une lame peut être faite en considérant le problème successivement au niveau de chacun des dioptries. Examinons dans ces conditions les deux cas suivants :

6.5.1. L'objet est ponctuel et situé à distance finie de la lame

Considérons une lame d'indice n_2 et d'épaisseur $e = \overline{HK}$: dont les faces EE' et SS' baignent dans le même milieu d'indice n_1 tel que $n_2 > n_1$. Soit par ailleurs un objet ponctuel A_1 que l'on supposera réel et qui, situé à distance finie, satisfait aux conditions du stigmatisme

approché. Son image à travers le dioptre d'entrée EE' est par suite un point virtuel A_2 tel que

$$\overline{A_2H} = \overline{A_1H} \frac{n_2}{n_1} \quad (\text{formule du dioptre plan}) \quad (6.4)$$

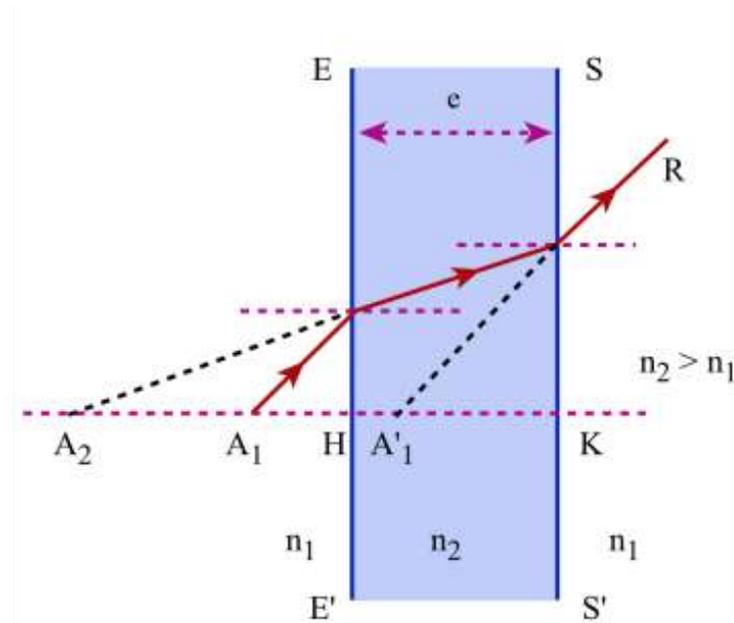


Fig.6.4. Image d'un objet ponctuel situé à distance finie de la lame

Plaçons-nous maintenant au niveau de la face de sortie SS' de la lame. Au regard de ce dioptre, l'**image virtuelle** A_2 de A_1 joue le rôle d'un objet qui, optiquement parlant, appartient au milieu d'indice n_2 ; A_2 doit donc être considéré, vis à vis de SS' , comme un point réel car il se trouve, compte-tenu du sens de propagation de la lumière, en amont du dioptre SS' , c'est à dire dans son **espace objet**. Il en résulte que l'image A'_1 de A_2 est virtuelle, et telle que :

$$\overline{A'_1K} = \overline{A_2K} \frac{n_1}{n_2} \quad (\text{formule du dioptre plan}) \quad (6.5)$$

Par combinaison des équations (1) et (2), il est facile de déterminer pour la lame la position relative de l'image finale et virtuelle A'_1 par rapport au point **objet réel** A_1 . On a en effet :

$$\overline{A'_1K} = (\overline{A_2H} + \overline{HK}) \frac{n_1}{n_2} = (\overline{A_1H} \frac{n_2}{n_1} + \overline{HK}) \frac{n_1}{n_2} = \overline{A_1H} + \overline{HK} \frac{n_1}{n_2}$$

$$\overline{A'_1K} = \overline{A_1K} + \overline{KH} (1 - \frac{n_1}{n_2}) \quad (6.6)$$

$$\text{Soit } \overline{A_1A'_1} = \overline{HK} (1 - \frac{n_1}{n_2}) \quad (6.7)$$

Qui, rapportée aux données de la lame, s'écrit :

$$\overline{A_1A'_1} = e (1 - \frac{n_1}{n_2}) \quad (6.8)$$

Cette relation algébrique est vraie quelle que soit la nature de l'objet ponctuel A_1 ; elle mesure le déplacement apparent de l'objet lorsqu'il est vu par un observateur à travers une lame à faces planes et parallèles d'épaisseur e .

6.5.2. L'objet est ponctuel et situé à l'infini

Dans ce cas l'image A'_1 de A_1 à travers la lame est située à l'infini. On sait en effet qu'à travers un dioptre plan, l'image d'un point à l'infini est, elle-même à l'infini. Dans ces conditions, à l'objet A_1 correspond, par réfraction sur le dioptre d'entrée EE' une image A_2 elle-même à l'infini. Cette dernière joue pour la face de sortie SS' de la lame le rôle d'un objet à l'infini dont l'image A'_1 se situe également à l'infini, dans la même direction que l'objet A_1 . Dans ce cas l'image A'_1 de A_1 à travers la lame est située à l'infini. On sait en effet qu'à travers un dioptre plan, l'image d'un point à l'infini est, elle-même à l'infini.

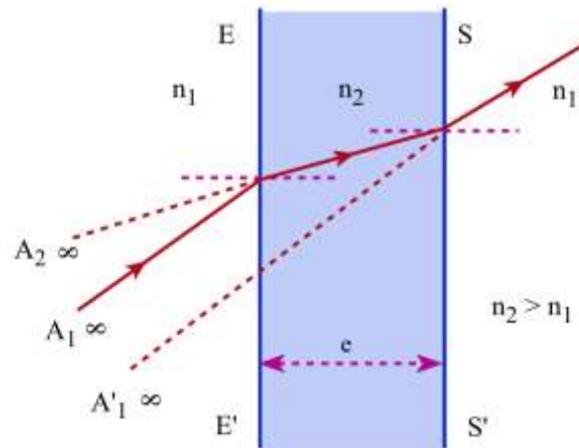


Fig.6.5. Image d'un objet ponctuel situé à l'infini

Dans ces conditions, à l'objet A_1 correspond, par réfraction sur le dioptre d'entrée EE' une image A_2 elle-même à l'infini. Cette dernière joue pour la face de sortie SS' de la lame le rôle d'un objet à l'infini dont l'image A'_1 se situe également à l'infini, dans la même direction que l'objet A_1 .

Pour mémoire on peut rappeler qu'ici les points **conjugués** A_1 et A'_1 constituent un couple de points rigoureusement stigmatiques.

En conclusion on notera que :

- L'image d'un point source à travers une lame à faces planes et parallèles est toujours de nature différente de celle de l'objet ; si l'un est réel, l'autre est virtuelle, et vice-versa.
- La recherche de l'image ponctuelle d'un point source situé à distance finie se fait par application de la formule du dioptre plan sur la face d'entrée de la lame puis sur sa face de sortie.
- L'image d'un point source à l'infini est un point lui-même rejeté à l'infini, dans la même direction.

6.6. Image d'un objet étendu ; grandissement linéaire

Plaçons nous dans l'hypothèse où, l'objet étant à distance finie par rapport à la lame à faces planes et parallèles, tous les points qui le composent satisfont aux conditions de **stigmatisme** approché; dans ces conditions on sait que l'image fournie par la lame est une image nette. Rappelons-nous par ailleurs l'étude qui vient d'être faite au paragraphe précédent ; celle-ci nous a permis d'une part de préciser la nature de l'image au regard de celle de l'objet, d'autre part d'établir au travers de la relation (6.8) $\overline{A_1A'_1} = e \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$ que pour une lame donnée (e et n_2 fixés) baignant dans un milieu n_1 , la distance qui sépare image et objet est indépendante de la position de l'objet par rapport à la lame; en d'autres termes, image et objet ont même grandeur; qui plus est, le **grandissement** linéaire de la lame est égal à $+1$, compte-tenu du caractère algébrique de la relation (6.8).

En conclusion

- L'image d'un objet étendu à travers une lame à faces planes et parallèles est toujours de nature différente de celle de l'objet.
- La position de l'image se déduit de celle de l'objet par une translation perpendiculaire à celle de la lame, effectuée dans le sens de la lumière si $n_2 > n_1$ et égale à : $e \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)$
- Le grandissement linéaire de la lame est égal à $+1$.

6.7. lame entre deux milieux d'indices différents : lame mince

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que le cas d'une lame d'indice n_2 dont les deux faces baignent dans un même milieu optique d'indice n_1 tel que $n_2 > n_1$. En fait nombreuses sont les situations physiques où la face d'entrée de la lame est en contact avec un milieu n_1 et sa face de sortie avec un milieu n_3 . Dans ces conditions, si $n_2 > n_1$ et $n_2 > n_3$, l'application de la loi des sinus en I et J nous conduit à :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3$$

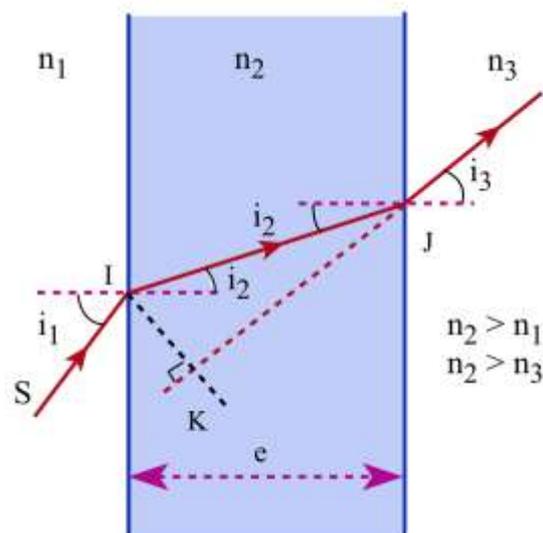


Fig.6.6. lame entre deux milieux d'indices

Cette double égalité montre que la direction du rayon émergent JR est la même que si la lame n'existait pas ; celle-ci toutefois a un effet sur le déplacement latéral du support de JR puisque :

$$IK = e \frac{\sin(i_3 - i_2)}{\cos i_2} \quad (6.9)$$

Dans le cas d'une lame mince cependant, e est très petit, et IK devient donc négligeable. L'ensemble dans ces conditions se comporte pratiquement comme un dioptre plan séparant les milieux d'indice n_1 et n_3 .

6.8. Exercices

Exercice 1

Un rayon lumineux aborde une lame à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n , sous une incidence i . A l'intérieur de cette lame, il subit une réfraction d'angle r .

1/ Tracer la marche du rayon lumineux. Est-il dévié ?

2/ Montrer que le rayon lumineux subit :

2.1. Un déplacement latéral : $x = e \sin(i-r) / \cos(r)$.

2.2. Une translation parallèle à la lame : $y = e (\operatorname{tg}(i) - \operatorname{tg}(r))$.

2.3- une translation perpendiculaire à la lame $z = e(1 - \operatorname{tg}(r)/\operatorname{tg}(i))$.

3/ Dans l'air ($n'=1$), un objet ponctuel A éclaire la lame sous une faible incidence. Exprimer, en fonction de n , n' et e , le déplacement apparent AA' de cet objet.

Exercice 2

Les rayons lumineux, issus d'un point A, traversent une lame à faces parallèles, se réfléchissent sur un miroir qui lui est parallèle puis, la traversent de nouveau.

1°- Construire l'image A' de A, donnée par le système.

2°- Exprimer le déplacement apparent AA' en fonction de la distance d , de A au miroir, de l'épaisseur e et de l'indice n de la lame.

Exercice 3

Un observateur regarde un objet AB de 2 (cm) de longueur à travers une lame à faces parallèles, d'épaisseur 6 (cm) et d'indice de réfraction 1,5. L'objet AB, parallèle à la lame, est placé à 50 (cm) d'elle.

1/ Déterminer le déplacement apparent de l'objet. Dépend-il de la position de la lame, par rapport à l'objet ?

2/ Quelle est la grandeur et la nature de l'image A'B' ? Tracer la marche d'un pinceau lumineux, issus de A et atteignant l'œil de l'observateur, situé sur la verticale passant par A.

3/ Ala lame précédente, on a accolé deux autres lames L_1 et L_2 , d'indices, $n_1=4/3$ et $n_2=1,75$ et d'épaisseurs, $e_1=4$ (cm) et $e_2=7$ (cm). Déterminer le nouveau déplacement apparent de l'objet.

4/ Un rayon lumineux arrive sur les trois lames accolées avec un angle d'incidence $i=30^\circ$. Quelle est la valeur de l'angle d'émergence i' ? Que peut-on conclure ?

Exercice 4

Un petit objet rectiligne, AB, est collé sur la partie inférieure du fond horizontal d'une cuve faite d'une lame de verre, d'épaisseur 4 (cm) et d'indice de réfraction $n=1,5$. On met dans la cuve une couche de sulfure de carbone, d'épaisseur 8 (cm) et d'indice de réfraction $n=1,6$.

1/ Déterminer la position et la grandeur de l'image, A'B', observée par un œil au-dessus de la cuve et à la verticale de l'objet. En déduire sa nature.

2/ Tracer la marche d'un pinceau lumineux, issu de A et pénétrant dans l'œil de l'observateur.

Exercice 5

On éclaire la face AC d'une lame à faces planes et parallèles avec un faisceau de lumière sous l'incidence algébrique i , qui peut varier entre -90° et $+90^\circ$.

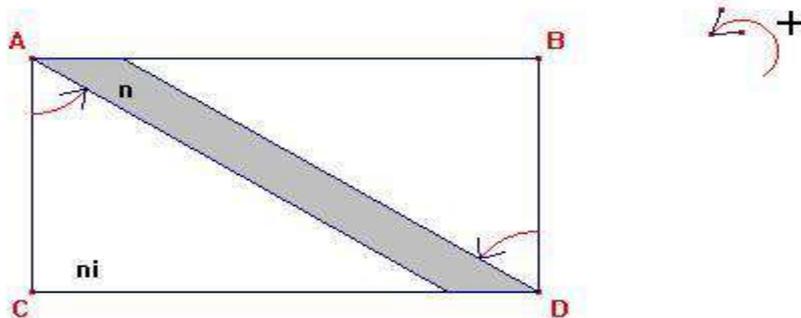
A. Calculer l'angle du cône lumineux à l'intérieur de la lame si l'indice de la lame est :

1. $n_1=1,658$

2. $n_2=1,486$

B. Cette lame est coupée suivant le plan perpendiculaire à la figure passant par la droite AD pour former deux prismes d'angle A. On interpose entre les deux prismes ainsi formés une substance d'indice $n=1,550$ (voir figure ci-après). L'épaisseur de cette substance est très petite comparée aux dimensions de la lame. On désire que le faisceau ne puisse pas se réfracter sur le dioptre passant par AD.

1. Parmi les deux indices précédents, lequel faut-il choisir ? Justifier votre choix.
2. Quelle doit être alors la valeur de l'angle A pour que l'incidence maximale sur la face AC soit de $+4^\circ$?
3. En déduire dans ces conditions, l'angle d'incidence minimal sur la face AC.



Chapitre 7 : Miroirs sphériques

Prérequis

- Connaître les relations existant dans les triangles semblables ;
- Savoir manipuler les grandeurs algébriques

Objectifs pédagogiques du chapitre 7

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Faire travailler le miroir sphérique dans des conditions permettant d'obtenir une image convenable d'un objet ;
- Construire l'image d'un objet à travers le miroir sphérique, ainsi que les rayons ou faisceaux conjugués d'un rayon ou d'un faisceau incident sur ce miroir sphérique ;
- Déterminer le champ d'un miroir sphérique.

Sommaire du chapitre 7

7.1. Définitions

7.2. Analyse qualitative de l'effet des miroirs sphériques sur un faisceau lumineux

7.3. Stigmatisme et aplanétisme

7.4. Relations de conjugaison et de grandissement avec origine au sommet ou au centre

7.5. Foyers, plans focaux

7.6. Relations de conjugaison et de grandissement avec origine au foyer

7.7. Discussion des différents cas possibles selon la position de l'objet pour un miroir concave

7.8. Discussion des différents cas selon la position de l'objet pour un miroir convexe

7.9. Exercices

7.1. Définitions

7.1.1. Miroir sphérique

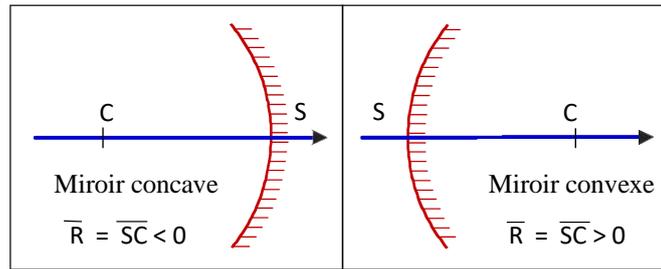


Fig.7.1 : Les deux types de miroirs sphériques

Un miroir sphérique est une surface réfléchissante définie par son centre C et son sommet S. Suivant l'emplacement de la surface réfléchissante, le miroir est concave ou convexe.

Les miroirs concaves (convergeurs), ce sont des calottes sphériques dont la surface réfléchissante est tournée vers le centre.

Les miroirs convexe (divergents), ce sont des calottes sphériques qui réfléchissent la lumière sur la surface extérieure de la sphère.

7.1.2. Caractéristiques géométriques

7.1.2.1. Centre du miroir

Le centre C d'un miroir sphérique est évidemment le centre de la sphère sur laquelle il s'appuie.

7.1.2.2. Axe de symétrie

Tout miroir sphérique possède un axe de symétrie de révolution : le miroir peut être engendré par rotation autour de cet axe. Celui-ci est orienté dans le sens de la lumière incidente.

Le centre du miroir appartient à cet axe.

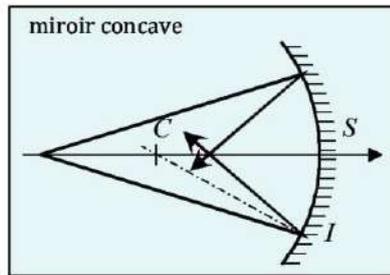
7.1.2.3. Sommet du miroir

L'intersection de l'axe de symétrie et du miroir s'appelle le sommet du miroir, noté S.

7.1.2.4. Rayon du miroir

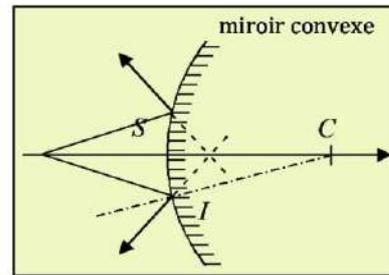
Le rayon de la sphère est aussi appelé rayon du miroir. On définit encore le rayon algébrique mesuré sur l'axe du miroir orienté dans le sens de la lumière incidente : $\bar{R} = \overline{SC}$. Pour un miroir concave, il est négatif et pour un miroir convexe, positif. C'est la seule grandeur qui décrit le miroir alors que pour décrire une lentille il faut donner deux rayons de courbure et trois indices (des deux milieux extrêmes et de la lentille).

7.2. Analyse qualitative de l'effet des miroirs sphériques sur un faisceau lumineux

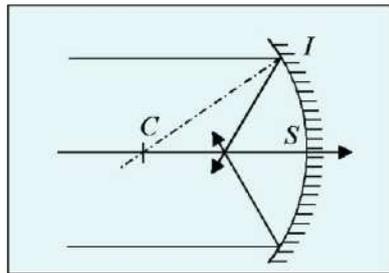


Devient convergent

Fig.7.2.a: Faisceau divergent

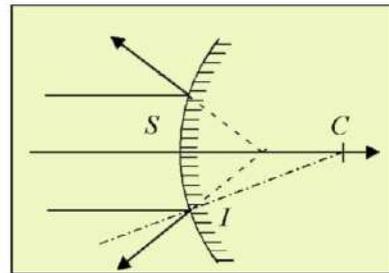


Devient plus divergent

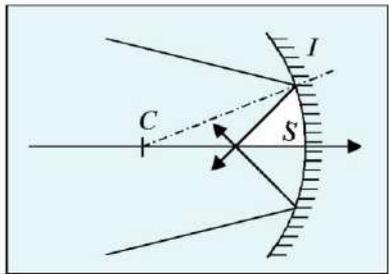


Devient convergent

Fig.7.2.b: Faisceau parallèle

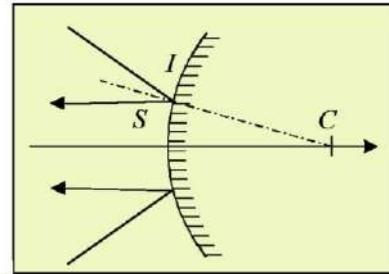


Devient divergent



Devient plus convergent

Fig.7.2.c: Faisceau convergent



Devient moins convergent

Fig.7.2 : Etude qualitative de la marche d'un faisceau

Dans la figure 7.2, le rayon réfléchi est tracé grâce aux lois de la réflexion. La normale au miroir (CI) est mise en évidence pour visualiser l'égalité des angles d'incidence et de réflexion.

Ces schémas montrent qu'un miroir sphérique concave est un dispositif optique convergent tandis qu'un convexe est divergent.

7.3. Stigmatisme et aplanétisme

7.3.1. Les deux cas de stigmatisme rigoureux

7.3.1.1. Au centre

Nous considérons un point objet lumineux placé au centre C d'un miroir concave. Le rayon lumineux CI émis par C arrive perpendiculairement au miroir car c'est un rayon de la

sphère. L'angle d'incidence est donc nul, $i = 0$. Donc l'angle de réflexion aussi, $i' = 0$. Donc IC est le rayon réfléchi.

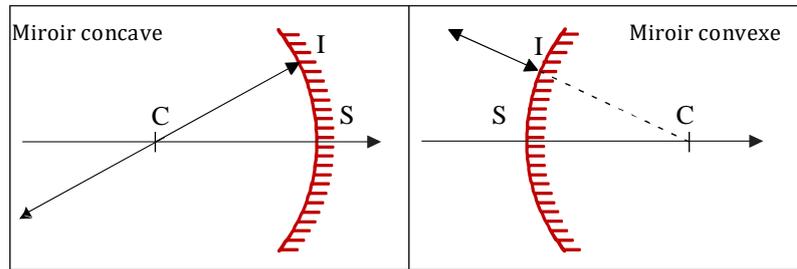


Fig.7.3 : Stigmatisme rigoureux des miroirs sphériques en leur centre

Ce résultat est vrai quel que soit le rayon incident CI , c'est à dire quel que soit le point d'incidence I . Donc tout rayon lumineux issu de C repasse par C après réflexion. En d'autres termes, C est exactement le point image du point objet C .

Il y a stigmatisme rigoureux du miroir sphérique en son centre.

Dans le cas du miroir concave, C est objet réel et image réelle.

Dans le cas du miroir convexe, le rayon lumineux se dirigeant vers C est réfléchi en semblant provenir de C ; C est objet virtuel et image virtuelle.

7.3.1.2. Au sommet

Nous considérons maintenant un point objet placé au sommet S du miroir. La normale en S au miroir est l'axe du miroir. Un rayon lumineux incident IS , passant par S , forme avec l'axe un angle d'incidence i . Il se réfléchit en un rayon SR appartenant au plan d'incidence et formant avec l'axe l'angle $i' = i$.

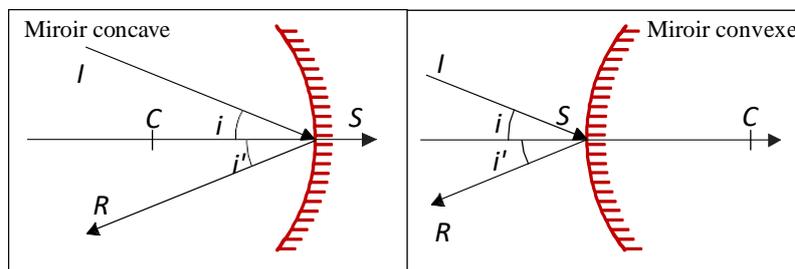


Fig.7.4 : Stigmatisme rigoureux des miroirs sphériques en leur sommet

Ce résultat est vrai quel que soit le rayon incident c'est à dire quel que soit l'angle d'incidence i . De ce fait tout rayon lumineux incident arrivant en S se réfléchit en partant de S . Donc S est exactement le point image du point objet S .

Le miroir sphérique est rigoureusement stigmatique en son sommet.

7.3.1.3. Marche des rayons lumineux

Nous avons ainsi rencontré deux types de rayons incidents particuliers et nous pouvons extraire de ce qui précède que : Un rayon incident passant par le centre est réfléchi sur lui-même. Un rayon incident passant par le sommet est réfléchi symétriquement à l'axe optique.

7.3.2. Stigmatisme et aplanétisme approchés

Nous admettrons que pour les autres points et dans les conditions de Gauss, les miroirs sphériques sont stigmatiques et aplanétiques de façon approchée.

Dans ces conditions, la calotte sphérique utilisée est peu étendue par rapport au rayon du miroir, donc les miroirs sont représentés par les schémas ci-dessous :

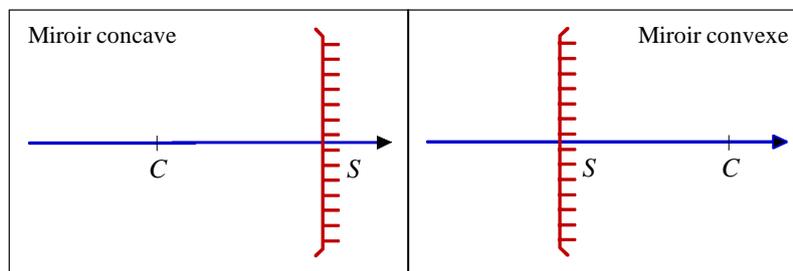


Fig.7.5 : Schémas conventionnels des miroirs sphériques

On indique la concavité ou la convexité du miroir par des tirets inclinés en haut et en bas de la surface réfléchissante, ainsi qu'en plaçant son centre.

7.4. Relations de conjugaison et de grandissement avec origine au sommet ou au centre

7.4.1. Construction de l'image

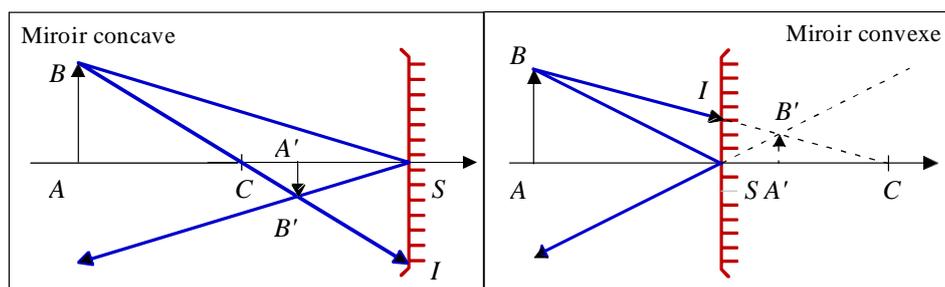


Fig.7.6 : Construction de l'image utilisant le centre et le sommet

Un rayon lumineux issu de B et passant par le centre est réfléchi sur lui-même. Un rayon lumineux issu de B et passant par le sommet est réfléchi symétriquement par rapport à l'axe du miroir.

Le stigmatisme approché nous assure que l'image B' de B est à l'intersection de ces deux rayons réfléchis. L'image A' de A est alors obtenue par aplanétisme.

Remarque : le schéma des miroirs sphériques ne respecte pas la même échelle le long de l'axe optique et perpendiculairement à celui-ci. Cela a pour conséquence que les figures ne montrent pas l'égalité des angles d'incidence et de réflexion, sauf au sommet. Pour visualiser cela, il suffit de se rappeler qu'un rayon CI de la sphère miroir lui est en réalité normal.

7.4.2. Les deux paires de triangles semblables

Dans le schéma du miroir concave précédent, les triangles $SA'B'$ et SAB sont semblables.

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{SA'}{SA} \quad (7.1)$$

De plus, $\overline{SA'}$ et \overline{SA} sont de même signe tandis que $\overline{A'B'}$ et \overline{AB} sont de signes contraires (les triangles sont inversement semblables) donc :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad (7.2)$$

Dans le schéma précédent, les triangles $CA'B'$ et CAB sont semblables donc :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{CA'}{CA} \quad (7.3)$$

De plus, CA' et CA sont de signes contraires ainsi que $A'B'$ et AB donc :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad (7.4)$$

Nous avons établi ces relations sur le cas d'un objet réel situé avant le centre d'un miroir concave ; mais elles sont valables dans tous les cas de figures. (Par exemple dans le cas d'un objet réel et d'un miroir convexe comme sur la figure 7.6 de droite, mais aussi avec un objet virtuel, etc.) C'est l'intérêt fondamental des relations algébriques.

7.4.3. Relations de grandissement

Les deux relations précédentes donnent immédiatement les relations de grandissement avec origine au sommet puis au centre :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad (7.5)$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad (7.6)$$

7.4.4. Relation de conjugaison avec origine au sommet

En rassemblant les deux relations précédentes, nous obtenons :

$$-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad (7.7)$$

En arrangeant le deuxième quotient grâce à la relation de Chasles, nous obtenons :

$$-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{CS} + \overline{SA'}}{\overline{CS} + \overline{SA}} \quad (7.8)$$

Grâce au produit en croix, il vient :

$$-\overline{SA'}(\overline{CS} + \overline{SA}) = \overline{SA}(\overline{CS} + \overline{SA'}) \quad (7.9)$$

$$-\overline{SA} \cdot \overline{CS} + \overline{SA'} \cdot \overline{CS} = 2 \cdot \overline{SA} \cdot \overline{SA'} \quad (7.10)$$

En divisant les deux membres par $\overline{SA} \cdot \overline{SA'} \cdot \overline{CS}$, nous obtenons la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{CS}} \quad (7.11)$$

7.4.5. Relation de conjugaison avec origine au centre

Nous commençons comme pour la précédente, mais nous utilisons la relation de Chasles pour introduire C et non S :

$$-\frac{\overline{SC} + \overline{CA'}}{\overline{SC} + \overline{CA}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}} \quad (7.12)$$

$$\overline{CA}(-\overline{SC} + \overline{CA'}) = \overline{CA'}(\overline{SC} + \overline{CA}) \quad (7.13)$$

$$\overline{CS} \cdot \overline{CA} + \overline{CS} \cdot \overline{CA'} = 2 \cdot \overline{CA} \cdot \overline{CA'} \quad (7.14)$$

En divisant les deux membres par $\overline{CA} \cdot \overline{CA'} \cdot \overline{CS}$, nous obtenons la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = \frac{2}{\overline{CS}} \quad (7.15)$$

En fait, cette relation est moins utile que la précédente car le sommet du miroir est aisément repérable tandis que son centre l'est moins.

7.4.6. Remarques

Pour un objet situé au sommet, la relation de conjugaison avec origine au sommet donne :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SS}} = \pm\infty \quad (7.16)$$

Donc $\overline{SA'} = 0$: l'image de S est en S.

La relation de grandissement avec origine au sommet est alors inopérante car elle conduit à la forme indéterminée 0/0. Il faut alors utiliser l'autre relation qui donne $\gamma = +1$. Pour un objet situé au centre, cette remarque se transpose immédiatement ; son image est située au centre (la relation de conjugaison avec origine au centre donne immédiatement $\overline{CA'} = 0$) ; la relation de grandissement avec origine au sommet donne $\gamma = -1$

7.5. Foyers, plans focaux

7.5.1. Positions des foyers image et objet

7.5.1.1. Foyer image

Le diagramme ci-dessous résume la définition du foyer image F' : $A_\infty \xrightarrow{(M)} F'$

En remplaçant A par A_∞ et A' par F' dans la relation de conjugaison origine au sommet, nous obtenons :

$$\frac{1}{\overline{SF'}} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad (7.17)$$

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad (7.18)$$

$$\overline{SF'} = \frac{1}{2}\overline{SC} \quad (7.19)$$

Cette égalité montre que le foyer image est au milieu du segment SC .

Avec la relation de conjugaison origine au centre, nous aurions obtenu :

$$\overline{CF'} = \frac{1}{2}\overline{CS} \quad (7.20)$$

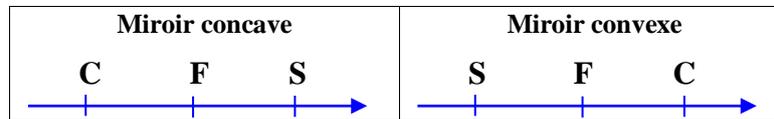


Fig.7.7 : Positions relatives du centre, du foyer et du sommet.

7.5.1.2. Foyer image

Le diagramme ci-dessous résume la définition du foyer objet F : $F \xrightarrow{(M)} A'_\infty$

En remplaçant A' par A'_∞ et A par F dans la relation de conjugaison avec origine au sommet, nous obtenons :

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad (7.21)$$

$$\frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad (7.22)$$

$$\overline{SF} = \frac{1}{2}\overline{SC} \quad (7.23)$$

Cette égalité montre que le foyer objet est au milieu du segment SC . Par conséquent les deux foyers sont situés en un même point.

De la relation de conjugaison avec origine au centre, nous aurions obtenu :

$$\overline{CF} = \frac{1}{2}\overline{CS} \quad (7.24)$$

Egalité qui s'interprète de la même façon.

7.5.1.3. Distance focale

Les distances focales image et objet sont égales :

$$f' = \overline{SF'} = f = \overline{SF} = \frac{1}{2}\overline{SC} = \frac{1}{2}\overline{R} \quad (7.25)$$

Un miroir concave est convergent et sa distance focale est négative ; un miroir convexe est divergent et sa distance focale est positive.

Cette situation est différente de celle des lentilles. Cela est dû à la réflexion de la lumière qui replie l'axe optique sur lui-même ; pour retrouver les mêmes signes qu'avec les lentilles, il faudrait compter positivement les positions objets dans le sens de la lumière incidente puis compter positivement les positions images dans le sens de la lumière réfléchie.

Remarque : La distance focale dépend de la seule longueur caractéristique du miroir, son rayon.

7.5.1.4. Marche des rayons lumineux passant par un foyer

Comme pour les lentilles sphériques, nous venons donc de rencontrer deux types de rayons incidents particuliers :

- Le rayon réfléchi d'un rayon incident parallèle à l'axe optique passe par le foyer.
- Un rayon incident passant par le foyer est réfléchi parallèlement à l'axe optique.

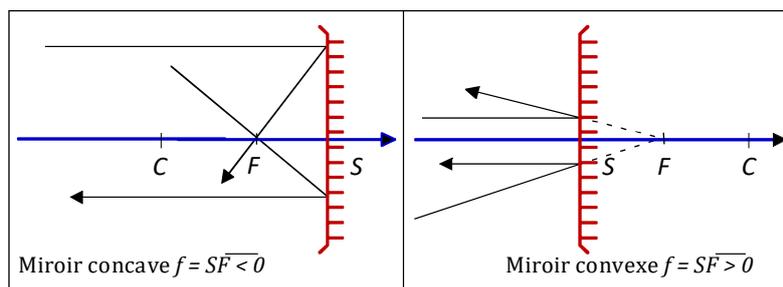


Fig.7.8 : Marche des rayons lumineux passant par un foyer

Pour chaque miroir, les deux cas de rayons lumineux se correspondent par la loi du retour inverse de la lumière.

7.5.1.5. Foyers secondaires, plans focaux

Les diagrammes ci-dessous résument les définitions des foyers image et objet secondaires :

$$B_{\infty} \xrightarrow{(M)} F'_s \quad \text{et} \quad F_s \xrightarrow{(M)} B'_{\infty}$$

L'ensemble des foyers images secondaires forme le plan focal image tandis que les foyers objets secondaires forment le plan focal objet. Pour les miroirs sphériques, ces deux plans sont confondus.

Le plan focal est le plan perpendiculaire à l'axe du miroir contenant le foyer F.

7.5.1.6. Marche des rayons passant par un foyer secondaire

Un rayon lumineux passant par un foyer objet secondaire F_s est réfléchi parallèlement à l'axe secondaire CF_s qui joint le centre du miroir au foyer secondaire.

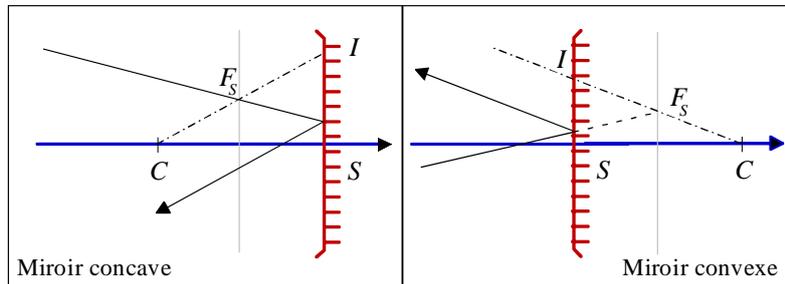


Fig.7.9 : Marche d'un rayon passant par un foyer objet secondaire

Un rayon lumineux parallèle à un axe secondaire CI passe, après réflexion, par le foyer image secondaire correspondant F'_s .

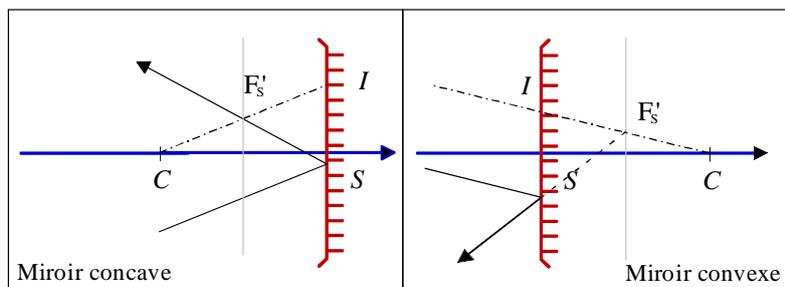


Fig.7.10 : Marche d'un rayon passant par un foyer image secondaire

Pour chaque type de miroir, les deux rayons lumineux (fig.7.9 et fig.7.10) se correspondent par la loi du retour inverse.

7.5.2. Construction du rayon réfléchi ou du rayon incident

7.5.2.1. Méthode de l'objet à l'infini

Fig.7.11 ci-dessous présente la construction du rayon réfléchi lorsque le rayon incident (0) est connu. Les étapes successives de la construction sont numérotées. Le rayon incident (0) est donné. Nous traçons la parallèle (1) au rayon incident passant par le centre. Celle-ci coupe le plan focal image en F'_s (2). Le rayon réfléchi (3) passe par le point d'incidence I et par F'_s .

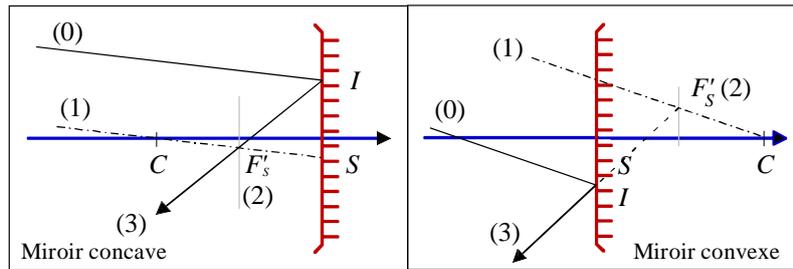


Fig.7.11 : Construction du rayon réfléchi par la méthode de l'objet à l'infini

Fig.7.12 ci-dessous présente la construction du rayon incident lorsque le rayon réfléchi (0) est connu.

Le rayon réfléchi (0) est donné. Il coupe le plan focal image en F'_s (1). Nous traçons l'axe secondaire (CF'_s) (2). Le rayon incident (3) est la parallèle à (CF'_s) passant par le point d'incidence I .

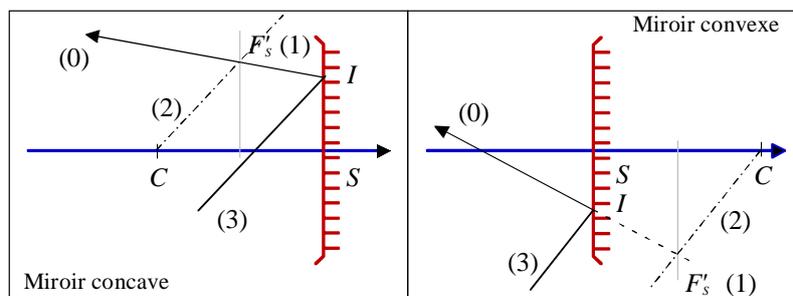


Fig.7.12 : Construction du rayon incident par la méthode de l'objet à l'infini

7.5.2.2. Méthode de l'image à l'infini

Maintenant, les deux groupes de schémas suivants présentent les constructions par la méthode de l'image à l'infini.

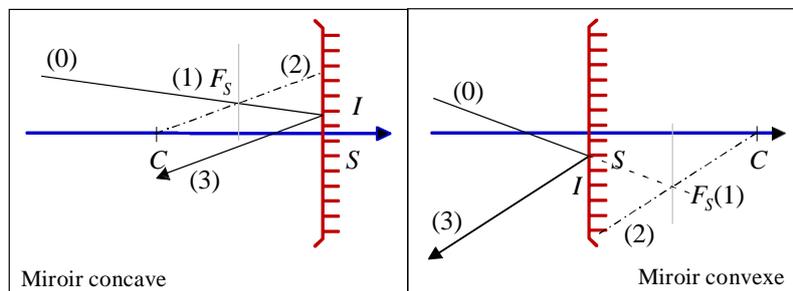


Fig.7.13 : Construction du rayon réfléchi par la méthode de l'image à l'infini

Le rayon incident (0) est donné. Celui-ci coupe le plan focal objet en F_s (1). Nous traçons l'axe secondaire (CF_s) (2). Le rayon réfléchi (3) est la parallèle à (CF_s) passant par le point I d'incidence.

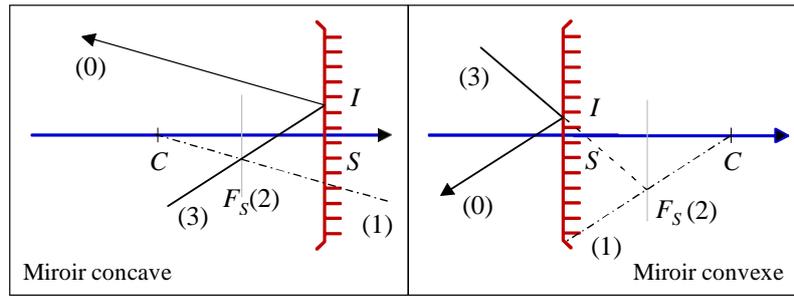


Fig.7.14 : Construction du rayon incident par la méthode de l’image à l’infini

Le rayon réfléchi (0) est donné. Nous traçons l’axe secondaire parallèle (1) au rayon réfléchi. Celui-ci coupe le plan focal objet en $F_S(2)$. Le rayon incident (3) passe par le point d’incidence I et par F_S .

7.6. Relations de conjugaison et de grandissement avec origine au foyer

7.6.1. Construction de l’image

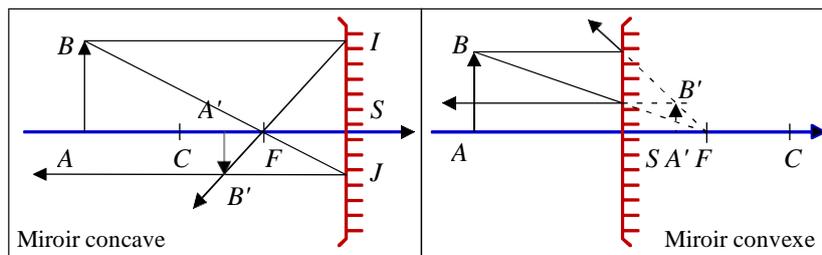


Fig.7.15 : Construction du rayon incident par la méthode de l’image à l’infini

7.6.2. Les deux paires de triangles semblables

Dans **Fig.7.15**, les triangles FSJ et FAB sont semblables. Cela est vrai que le miroir soit concave ou convexe. La relation suivante est donc vérifiée :

$$\frac{\overline{SJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} \tag{7.26}$$

Or $\overline{SJ} = \overline{A'B'}$

Donc : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}$ (7.27)

De même, les triangles FSI et $FA'B'$ sont semblables, donc :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SI}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} \tag{7.28}$$

Or $\overline{SI} = \overline{AB}$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} \tag{7.29}$$

7.6.3. Relation de grandissement avec origine au foyer

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} \quad (7.30)$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} \quad (7.31)$$

7.6.4. Relation de conjugaison avec origine au foyer

L'égalité des relations de grandissement conduit à la relation de conjugaison :

$$\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} \quad (7.32)$$

$$\overline{FA'} \cdot \overline{FA} = \overline{FS}^2 \quad (7.33)$$

7.7. Discussion des différents cas possibles selon la position de l'objet pour un miroir concave

Sur l'axe optique, trois points particuliers délimitent la position des objets : le centre, le foyer et le sommet du miroir. Il y a donc quatre cas généraux (avant le centre, entre le centre et le foyer, entre le foyer et le sommet, après le sommet) plus quatre cas particuliers (à l'infini, au centre, au foyer, au sommet).

Remarque :

Rappelons qu'un objet est considéré comme à l'infini dès que sa distance est grande devant la distance focale. Nous allons voir que ces différents cas se correspondent deux à deux par la loi du retour inverse de la lumière.

Cette discussion mettra en évidence les diverses utilisations des miroirs sphériques concaves : télescope, miroirs de maquillage ou de dentiste.

7.7.1. Les deux cas objet ou image à l'infini

7.7.1.1. Schémas

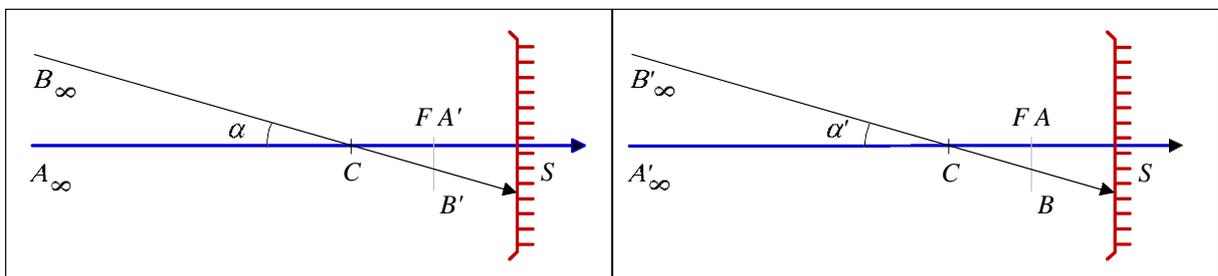


Fig.7.16.a : Image d'un objet étendu situé à l'infini

Fig.7.16.b : Image d'un objet étendu situé au foyer.

Remarquons que le cas objet à l'infini correspond au cas objet au foyer par la loi du retour inverse de la lumière.

7.7.1.2. Objet étendu situé à l'infini, image dans le plan focal

Le faisceau lumineux émis par le point A (**Fig.7.16.a**) se réfléchit sur le miroir en donnant un faisceau qui converge vers le foyer image F , milieu du segment CS . L'image A' est au foyer. Le faisceau lumineux émis par le point B se réfléchit en convergeant vers le foyer image secondaire, intersection de (BC) et du plan focal. Ce point est le point image B' . Dans le triangle $A'B'C$, nous calculons la taille de l'image en fonction du diamètre angulaire de l'objet :

$$\tan \alpha = \frac{A'B'}{CF} \quad (7.34)$$

$$A'B' = CF \cdot \tan \alpha \quad (7.35)$$

C'est ainsi que fonctionne un télescope : le miroir sphérique concave donne une image située dans le plan focal. (L'observateur peut regarder cette image à l'aide d'un oculaire formé d'une association de lentilles sphériques.)

Lorsque l'angle α est petit, on peut le confondre avec sa tangente et écrire :

$$A'B' = CF \cdot \alpha \text{ (radians)} \quad (7.36)$$

7.7.1.3. Objet étendu situé au foyer, image à l'infini

Le faisceau lumineux émis par le point A (**Fig.7.16.a**) se réfléchit sur le miroir en donnant un faisceau parallèle à l'axe optique. L'image A' est à l'infini sur l'axe optique. Le faisceau lumineux émis par le point B se réfléchit en donnant un faisceau parallèle à l'axe secondaire (BC) . L'image B' est à l'infini sur cet axe secondaire. Dans le triangle $A'B'C$, nous calculons le diamètre angulaire α' de l'image en fonction de la taille de l'objet :

$$\tan \alpha' = \frac{AB}{CF} \quad (7.37)$$

De même, lorsque l'angle α' est petit, on peut le confondre avec sa tangente et écrire :

$$\alpha' = \frac{AB}{CF} \text{ Avec } \alpha' \text{ en radians.} \quad (7.38)$$

7.7.2. Objet situé avant le centre ou entre le centre et le foyer

Dans **Fig.7.17** de droite, le rayon lumineux issu de B et parallèle à l'axe optique est réfléchi par le miroir puis passe par le foyer image. Le rayon passant par le centre est réfléchi sur lui-même. Leur intersection est l'image B' . Dans la figure 7.17 de gauche, l'objet AB est choisi de façon inhabituelle : il est renversé. Le rayon issu de B et passant par le foyer objet est réfléchi parallèlement à l'axe optique. Le rayon passant par C est réfléchi sur lui-même. Leur intersection est l'image B' . D'après le schéma de gauche,

l'image d'un objet étendu situé avant le centre est réelle, renversée, réduite et située entre le centre et le foyer. D'après le schéma de droite, l'image d'un objet étendu situé entre le centre et le foyer est réelle, renversée, agrandie et située avant le centre.

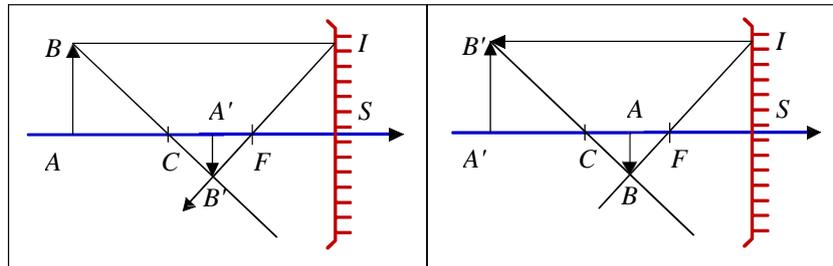


Fig.7.17 : Image d'un objet situé avant le centre puis entre le centre et le foyer

De plus ces deux schémas montrent que ces deux cas se correspondent par la loi du retour inverse de la lumière.

7.7.3. Objet situé entre le foyer et le sommet ou objet virtuel

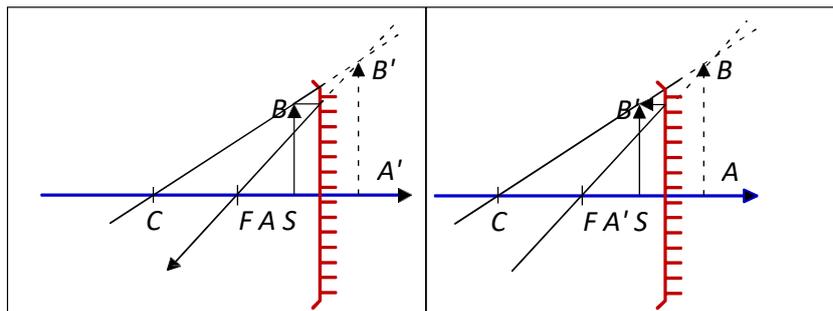


Fig.7.18 : Image d'un objet situé entre le foyer et le sommet puis après le sommet

Les schémas sont construits comme dans le cas précédent.

D'après **Fig.7.18** de gauche, l'image d'un objet situé entre le foyer et le sommet est virtuelle, droite, agrandie. Cette situation est celle des miroirs de maquillage ou de dentiste.

D'après **Fig.7.18** de droite, l'image d'un objet virtuel – donc situé après le sommet – est réelle, droite, réduite. De plus ces deux schémas montrent que ces deux cas se correspondent par la loi du retour inverse de la lumière.

7.7.4. Cas particuliers : au centre et au sommet

Il reste deux cas particuliers : objet étendu situé au centre, et au sommet. Les deux figures 13.19 ci-dessous montrent les constructions des images.

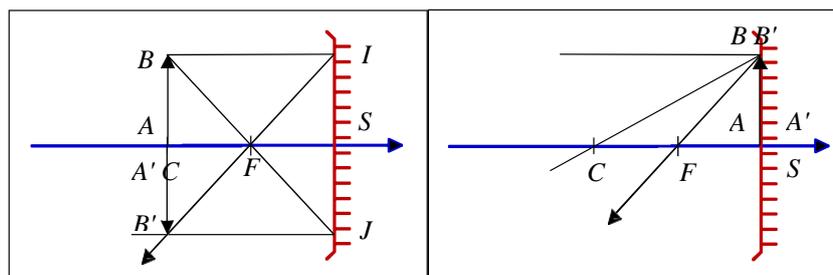


Fig.7.19 : Image d'un objet situé au centre puis au sommet

Dans le cas d'un objet étendu situé au centre (**Fig.7.19** de gauche), nous utilisons le rayon émis par B qui donne un rayon réfléchi passant par le foyer image. Et le rayon émis par B qui passe par le foyer objet est réfléchi parallèlement à l'axe optique. Leur intersection est l'image B' de B. Cette construction montre que l'image d'un objet étendu situé au centre est réelle, renversée, de même taille que l'objet.

Dans le cas d'un objet étendu situé au sommet (**Fig.7.19** de droite), nous utilisons le rayon émis par B et passant par le centre qui est réfléchi sur lui-même. Et le rayon allant vers B parallèlement à l'axe optique est réfléchi puis passe par le foyer. Leur intersection est l'image B' de B, elle est confondue avec B. Cette construction montre que l'image d'un objet étendu situé au sommet se superpose à l'objet.

7.8. Discussion des différents cas selon la position de l'objet pour un miroir convexe

La discussion se conduit comme pour les miroirs concaves. Les différents cas se correspondent encore deux à deux par la loi du retour inverse. Nous verrons dans quel cas ces miroirs peuvent servir de rétroviseurs (de voiture ou pour sortir d'un endroit sans visibilité).

7.8.1. Les deux cas objet ou image à l'infini

7.8.1.1. Schémas

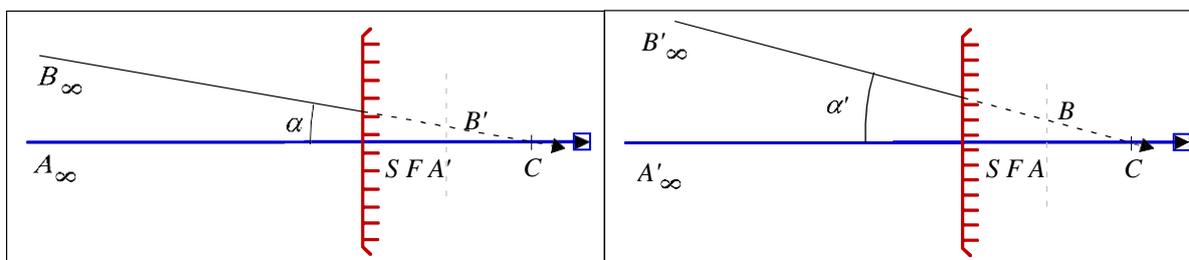


Fig.7.20.a : Objet étendu situé à l'infini

Fig.7.20.b : Objet étendu situé au foyer

Les constructions ci-dessus montrent que le cas objet à l'infini correspond au cas objet au foyer par la loi du retour inverse de la lumière.

7.8.1.2. Objet étendu situé à l'infini, image dans le plan focal

Le faisceau lumineux émis par le point A_∞ (**Fig.7.20.a**) se réfléchit sur le miroir en donnant un faisceau semblant provenir du foyer image, milieu du segment CS . L'image A' est au foyer F . Le faisceau lumineux émis par le point B_∞ se réfléchit en semblant provenir du foyer image secondaire, intersection de $(B_\infty C)$ et du plan focal. Ce point est le point image B' . L'image est située dans le plan focal et elle est virtuelle.

Dans le triangle $A'B'C$, nous calculons la taille de l'image en fonction du diamètre angulaire α de l'objet :

$$\tan \alpha = \frac{A'B'}{CF} \quad (7.34)$$

$$A'B' = CF \cdot \tan \alpha \quad (7.35)$$

Lorsque l'angle α est petit, on peut le confondre avec sa tangente et écrire :

$$A'B' = CF \cdot \alpha \text{ (radians)} \quad (7.36)$$

7.8.1.3. Objet étendu situé au foyer, image à l'infini

Un faisceau lumineux convergeant vers le point A (**Fig.7.20.a**) se réfléchit sur le miroir en donnant un faisceau parallèle à l'axe optique. L'image A'_∞ est à l'infini sur l'axe optique. Un faisceau lumineux convergeant vers le point B se réfléchit en donnant un faisceau parallèle à l'axe secondaire (BC) . L'image B'_∞ est à l'infini sur cet axe secondaire.

Dans le triangle $A'B'C$, nous calculons le diamètre angulaire α' de l'image en fonction de la taille de l'objet :

$$\tan \alpha' = \frac{AB}{CF} \quad (7.39)$$

Lorsque l'angle α' est petit, on peut le confondre avec sa tangente et écrire :

$$\alpha' = \frac{AB}{CF} \text{ Avec } \alpha' \text{ en radians} \quad (7.38)$$

7.8.2. Objet situé avant le sommet ou entre le sommet et le foyer

Dans **Fig.7.21** de gauche, le rayon lumineux issu de B et se dirigeant vers le centre est réfléchi sur lui-même ; celui qui se dirige vers le foyer est réfléchi parallèlement à l'axe optique. Leur intersection est l'image B' de B .

Cette construction montre que l'image d'un objet réel - donc situé avant le sommet pour un miroir convexe - est virtuelle, droite, réduite et située entre le sommet et le foyer.

C'est ainsi que fonctionnent certains rétroviseurs et les miroirs qui aident à sortir d'un garage sans visibilité ainsi que les boules de décoration des sapins de Noël.

Fig.7.21 de droite montre que l'image d'un objet virtuel situé entre le sommet et le foyer est réelle, droite, agrandie.

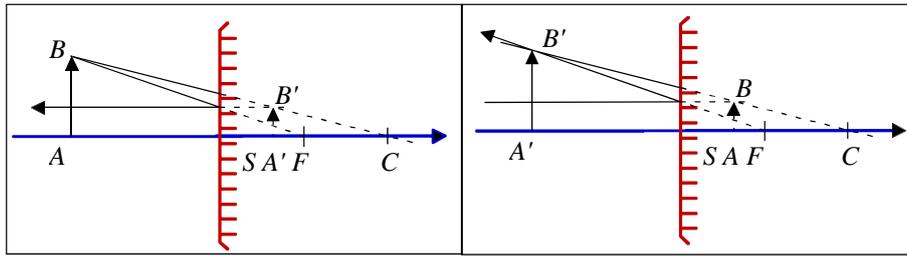


Fig.7.21 : Image d'un objet situé avant le sommet puis entre le sommet et le foyer

Les deux schémas montrent que les deux cas se correspondent par la loi du retour inverse.

7.8.3. Objet situé entre le foyer et le centre ou après le centre

D'après **Fig.7.22** de gauche, l'image d'un objet virtuel situé entre le foyer et le centre est virtuelle, renversée, agrandie et située après le centre. D'après **Fig.7.22** de droite, l'image d'un objet virtuel situé après le centre est virtuelle, renversée, réduite et située entre le foyer et le centre.

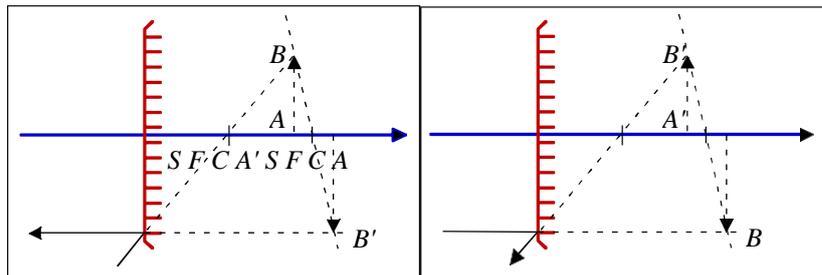


Fig.7.22 : Image d'un objet situé entre le foyer et le centre puis après le centre

De plus ces deux cas se correspondent par la loi du retour inverse.

7.8.4. Cas particuliers : au sommet ou au centre

D'après **Fig.7.23** de gauche, l'image d'un objet situé au sommet est confondue avec l'objet. (Ce schéma est obtenu avec les mêmes rayons que précédemment.)

D'après **Fig.7.23** de droite, l'image d'un objet virtuel situé au centre est virtuelle, renversée, de même taille que l'objet et située au centre. (Ce schéma est obtenu avec les rayons passant par les foyers).

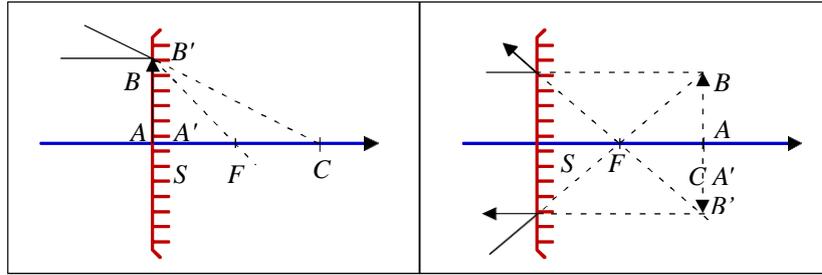
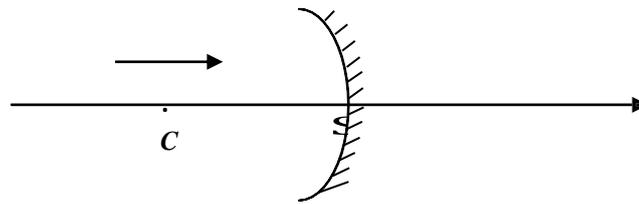


Fig.7.23 : Image d'un objet situé au sommet puis au centre

7.9. Exercices

Exercice 1 :



On considère un miroir sphérique concave, de centre C , de sommet S et de rayon de courbure $\overline{SC} = -30$ cm

- 1- Donner la position du foyer F .
- 2- On place perpendiculairement à l'axe optique de ce miroir un objet AB de 1 cm de hauteur, préciser la nature de l'objet ainsi que la position, la nature, le sens et la taille de l'image $A'B'$ dans les trois cas suivants :
 - a- $\overline{SA'} = -60$ cm
 - b- $\overline{SA'} = -20$ cm
 - c- $\overline{SA'} = +10$ cm
- 3- Faire la construction géométrique dans les trois cas.

Exercice 2 :

On dispose d'un miroir concave de rayon $\overline{SC} = -1$ m qui permet d'obtenir une image sur un écran placé à 5 m de son sommet.

1. Quelle est la nature de l'image ?
2. Donner la position $\overline{SA'}$ de l'image puis déterminer la position de l'objet ainsi que sa nature.
3. Calculer le grandissement linéaire γ

Chapitre 8 : Le dioptre sphérique

Prérequis

- Connaître les relations existant dans les triangles semblables ;
- Savoir manipuler les grandeurs algébriques

Objectifs pédagogiques du chapitre 8

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Faire travailler le dioptre sphérique dans des conditions permettant d'obtenir une image convenable d'un objet ;
- Construire l'image d'un objet à travers le dioptre sphérique, ainsi que les rayons ou faisceaux conjugués d'un rayon ou d'un faisceau incident sur ce dioptre sphérique ;

Sommaire du chapitre 8

8.1. Définition

8.2. Dioptre convergent ou divergent

8.3. La vergence

8.4. Relation de conjugaison d'un dioptre sphérique

8.4.1. Relation de conjugaison avec origine au sommet

8.4.2. Relation de conjugaison avec origine au centre

8.5. Foyers d'un dioptre sphérique

8.6. Constructions géométriques

8.6.1. Dioptre convergent

8.6.2. Dioptre divergent

8.7. Grandissement du dioptre sphérique

8.7.1. Grandissement linéaire (transversal)

8.7.2. Relation de conjugaison origine aux foyers

8.8. Exercices

8.1. Définition

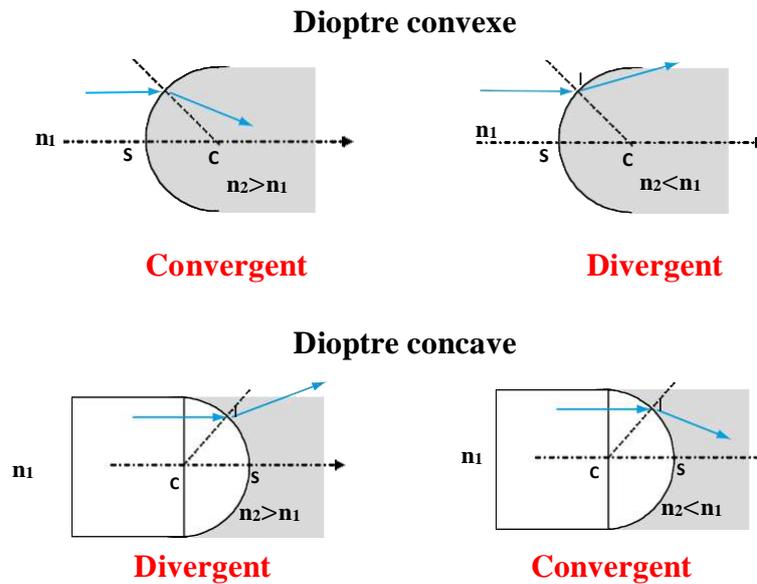


Fig.8.1 : Les quatre configurations possibles d'un dioptre sphérique

Un dioptre sphérique est une interface de forme sphérique de rayon de courbure R , de centre C et de sommet S , permettant à la lumière d'être réfracté d'un milieu (homogène, transparent et isotrope) à un autre d'indice différents.

Exemple : la surface de la cornée de l'œil

Dans le plan d'incidence, le dioptre sphérique apparaît sous la forme d'un demi-cercle de centre C et de rayon de courbure R . On y définit l'axe principal comme l'axe horizontal passant par C . La lumière est orientée de la gauche vers la droite, du premier milieu d'indice n_1 vers le milieu d'indice n_2 . Cette remarque est importante, car à cette convention sont liées les notions d'objet et d'image réels ou virtuels.

Selon le rayon de courbure algébrique $R = \overline{SC}$, on peut noter deux types de dioptre sphérique (**Fig.8.1**) : concave $R = \overline{SC} < 0$, et convexe $R = \overline{SC} > 0$

8.2. Dioptre convergent ou divergent

Dans un dioptre sphérique convergent, le rayon, après traversée du dioptre se rapproche de l'axe optique. Au contraire, dans un dioptre divergent, il s'en éloigne (**Fig.8.1**).

Si un dioptre convexe est composé d'un deuxième milieu plus réfringent que le premier ($n_1 < n_2$) il est convergent, sinon ($n_1 > n_2$), il est divergent.

Si un dioptre concave est composé d'un deuxième milieu plus réfringent que le premier ($n_1 < n_2$) il est divergent, sinon ($n_1 > n_2$), il est convergent.

8.3. La vergence

La vergence est un paramètre qui caractérise les propriétés de focalisation d'un système centré. Il s'agit d'une grandeur algébrique, homogène à l'inverse d'une longueur, et elle s'exprime en dioptries (δ) ou (m^{-1}). [1 dioptrie = $1 m^{-1}$].

Dans les dioptrés sphériques la vergence est donnée par la relation :

$$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \quad (8.1)$$

Si $V > 0$, le système est **convergent**. Un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique émerge en se rapprochant de l'axe, pourvu qu'il émerge du même côté de l'axe optique que le rayon incident.

Si $V < 0$, le système est **divergent**. Un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique émerge en s'éloignant de l'axe, pourvu qu'il émerge du même côté de l'axe optique que le rayon incident.

Enfin si $V = 0$, le système est **afocal**. Un rayon arrivant parallèlement à l'axe optique émerge toujours parallèle à l'axe.

8.4. Relation de conjugaison d'un dioptré sphérique

8.4.1. Relation de conjugaison avec origine au sommet

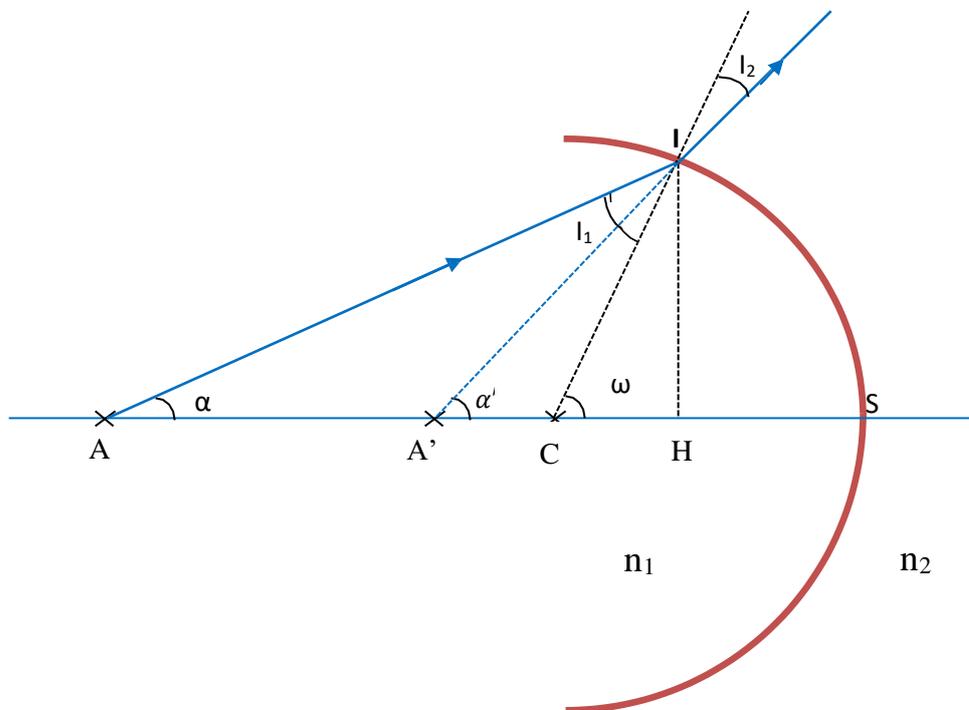


Fig.8.2 : Relation de conjugaison avec origine au sommet

Considérons un point objet réel A situé sur l'axe optique d'un dioptre concave. L'image A' de A est située au point d'intersection de deux rayons lumineux quelconques issus de A . Considérons le rayon émis depuis A et qui se réfracte au point I en accord avec les lois de la réfraction. A' se trouve au point d'intersection du prolongement du rayon réfracté et de l'axe optique.

Dans les triangles AIC et $A'IC$, la somme des angles intérieurs doit être égale à π , soit :

$$i_1 + \alpha + (\pi - \omega) = \pi \quad (8.3)$$

$$\text{et donc : } i_1 = \omega - \alpha, \quad (8.4)$$

$$i_2 + \alpha' + (\pi - \omega) = \pi \quad (8.5)$$

$$\text{et donc : } i_2 = \omega - \alpha', \quad (8.6)$$

D'après la loi de *Snell-Descartes* et de la [condition de Gauss](#), on a :

$$n_1 i_1 = n_2 i_2 \quad (8.7)$$

$$\text{et donc : } n_1 (\omega - \alpha) = n_2 (\omega - \alpha') \quad (8.8)$$

On a aussi :

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{SI}{SA} \quad (8.9)$$

$$\alpha' = \tan \alpha' = \frac{SI}{SA'} \quad (8.10)$$

$$\omega = \tan \omega = \frac{SI}{SC} \quad (8.11)$$

On peut trouver l'expression suivante :

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC} = V \quad (8.12)$$

Cette relation est appelée [relation de conjugaison avec origine au sommet](#)

8.4.2. Relation de conjugaison avec origine au centre

Partant de la relation de conjugaison de Descartes, avec origine au sommet, on obtient

d'abord : $\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC}$, puis en appliquant les relations de Chasles :

$\overline{SA} = \overline{SC} + \overline{CA}$ et $\overline{SA'} = \overline{SC} + \overline{CA'}$, on montre que :

$$\frac{n_2}{\overline{CA}} - \frac{n_1}{\overline{CA'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{CS}}, \quad (8.13)$$

Cette relation est appelée [relation de conjugaison avec origine au centre](#)

8.5. Foyers d'un dioptre sphérique

- Un foyer est un point vers lequel convergent les rayons lumineux issus d'un point après leur passage dans un système optique ;

- En optique géométrique, dans le cas d'un système centré, il existe deux foyers principaux appelés foyer objet et foyer image ;
- Le foyer principal objet noté F est le point objet dont l'image se trouve à l'infini sur l'axe optique principal ;
- Le foyer principal image F' est l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique principal ;
- Tout rayon incident, issu de F, émerge parallèlement à l'axe optique ;
- Tout rayon incident, parallèle à l'axe optique, émerge en convergent vers F'.
- Dans un dioptre sphérique, on définit les distances focales image et objet comme étant les quantités algébriques suivantes :

$$f = \overline{SF} = - \frac{n_1}{V} \quad (8.14)$$

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{V} \quad (8.15)$$

Où n_1 et n_2 sont les indices des milieux situés avant et après le système. Si les deux milieux sont identiques, les distances focales sont opposées.

- Si $V > 0$, on a $f' > 0$ et $f < 0$;
- Si $V < 0$, on a $f' < 0$ et $f > 0$.

En pratique, on utilise surtout la distance focale image f' pour caractériser le système.

- Objet A à l'infini optique \rightarrow image au foyer principal image F'

$$\frac{1}{\overline{SA}} \rightarrow 0, \quad \frac{n_2}{\overline{SA'}} - 0 = \frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = V \quad (8.16)$$

La distance focale image

$$f' = \overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \overline{SC} \quad (8.17)$$

- Image A' à l'infini optique \rightarrow objet au foyer principal objet F

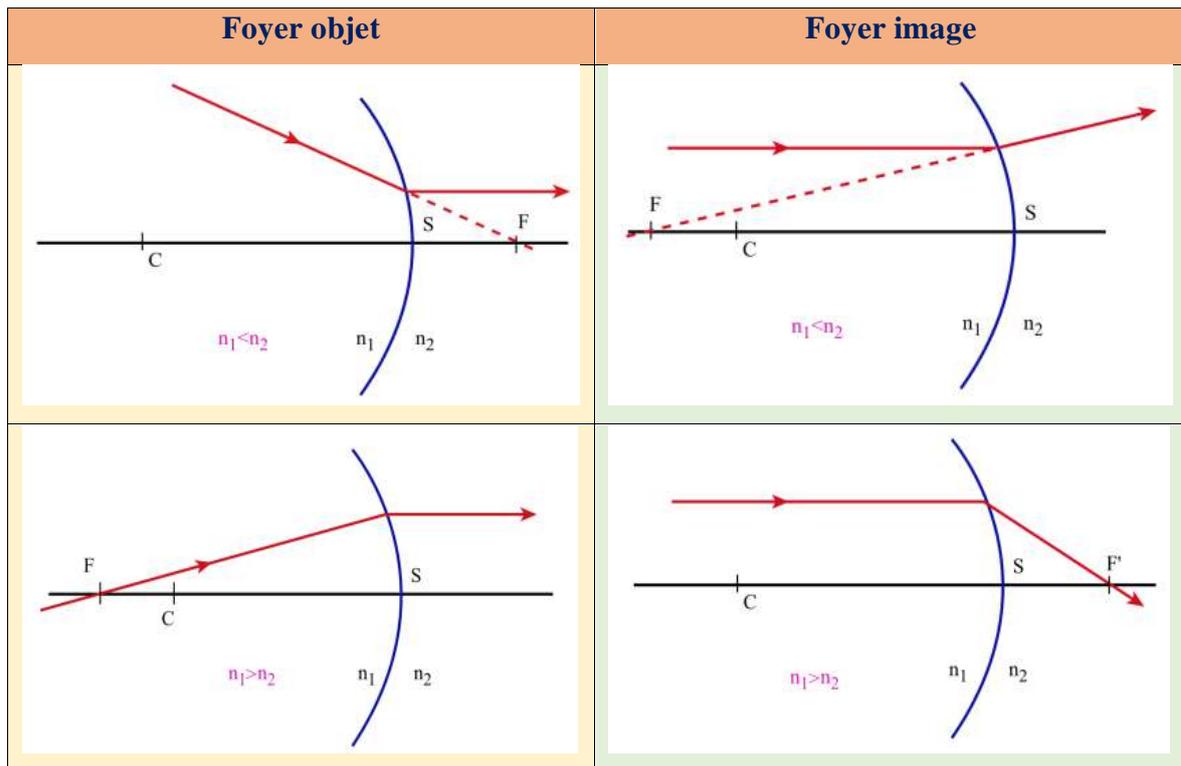
$$\frac{1}{\overline{SA'}} \rightarrow 0, \quad 0 - \frac{n_1}{\overline{SA}} = - \frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = V \quad (8.18)$$

La distance focale objet

$$f = \overline{SF} = \frac{n_1}{n_1 - n_2} \overline{SC} \quad (7.19)$$

Remarque :

Pour le dioptre sphérique $f \neq f'$



8.6. Constructions géométriques

La construction géométrique est indispensable pour visualiser et vérifier les résultats obtenus par le calcul.

On considère toujours un objet A_1B_1 perpendiculaire à l'axe optique, son image associée sera A_2B_2 . Pour diminuer les risques d'erreur, il est préférable de tracer les trois rayons particuliers suivants :

- Le rayon issu de B_1 parallèle à l'axe optique se réfracte en passant par le foyer image F' ;
- Le rayon issu de B_1 passant par le foyer objet F , émerge parallèle à l'axe optique.
- Le rayon issu de B_1 passant par le centre C du dioptre n'est pas dévié ($i=0$ et $r=0$)

8.6.1. Cas d'un dioptre convergent (objet réel)

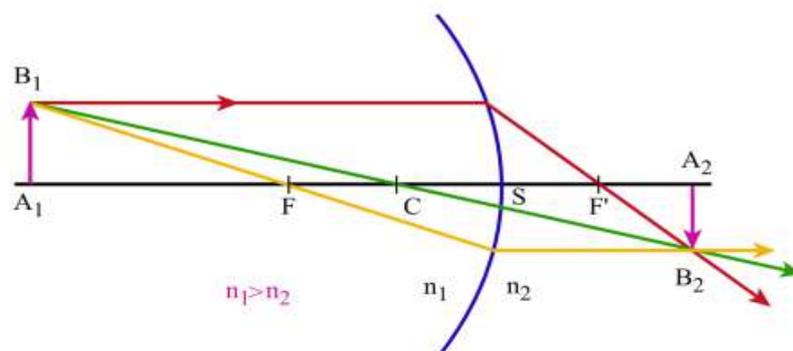


Fig.8.3 : Construction géométrique de l'image A_2B_2 dans le cas d'un dioptre sphérique convergent

8.6.2. Cas d'un dioptre divergent (objet réel)

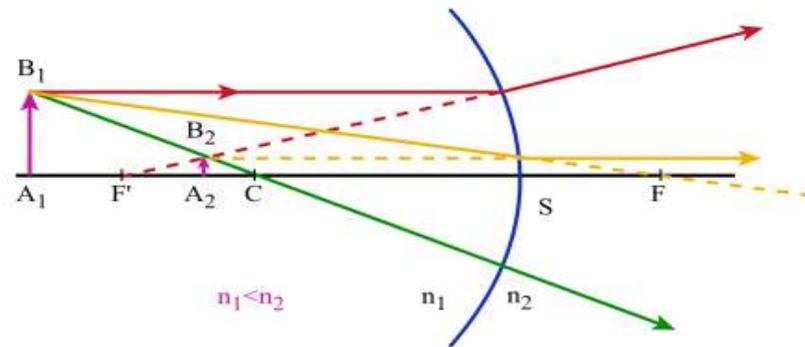


Fig.8.4 : Construction géométrique de l'image A_2B_2 dans le cas d'un dioptre sphérique divergent

8.7. Grandissement du dioptre sphérique

Le grandissement est une grandeur algébrique qui caractérise l'image par rapport à l'objet du point de vue taille (grandissement linéaire), de point de vue déplacement (grandissement axial) et de point vu angulaire (grandissement angulaire).

8.7.1. Grandissement linéaire (transversal)

Le grandissement linéaire γ est le rapport entre la taille de l'image et la taille de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \quad (8.20)$$

Si $\gamma > 0$, l'image est droite par rapport à l'objet (même sens) ;

Si $\gamma < 0$, l'image est renversée par rapport à l'objet ;

Si $|\gamma| > 1$, l'image est agrandie par rapport à l'objet ;

Si $|\gamma| < 1$, l'image est réduite par rapport à l'objet ;

Si $|\gamma| = 1$, l'image et l'objet ont même taille.

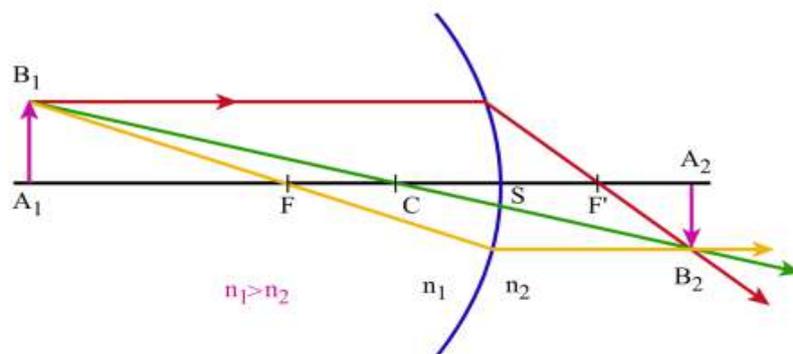


Fig.8.5 : Grandissement linéaire (transversal)

8.7.1.1. Grandissement linéaire pour un dioptré sphérique avec origine au centre

Les triangles $(A_1B_1C_1)$ et $(A_2B_2C_2)$ sont semblables on a :

$$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{A_1C_1}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_2C_2}} \rightarrow \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} = \gamma$$

$$\gamma = \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} \quad (8.21)$$

Le grandissement linéaire pour un dioptré sphérique avec origine au centre.

8.7.1.2. Grandissement linéaire pour un dioptré sphérique avec origine au sommet

D'après l'invariant fondamental du dioptré sphérique dans les conditions de Gauss :

$$n_1 \frac{\overline{CA_1}}{\overline{SA_1}} = n_2 \frac{\overline{CA_2}}{\overline{SA_2}} \rightarrow \frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = \gamma$$

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} \quad (8.22)$$

Le grandissement linéaire pour un dioptré sphérique avec origine au sommet.

8.7.1.3. Grandissement linéaire pour un dioptré sphérique avec origine aux foyers

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SF'} + \overline{F'A_2}}{\overline{SF} + \overline{FA_1}}$$

En multipliant le dénominateur et numérateur par : $\overline{SF} \cdot \overline{SF'}$

$$\gamma = \frac{n_1 \overline{SF'} \cdot \overline{SF}}{n_2 \overline{SF} \cdot \overline{SF'}} \frac{\overline{SF'} + \overline{F'A_2}}{\overline{SF} + \overline{FA_1}} \rightarrow \gamma = - \frac{\overline{SF}}{\overline{SF'}} \frac{\overline{SF'} + \overline{F'A_2}}{\overline{SF} + \overline{FA_1}} \text{ sachant que } - \frac{n_2}{n_1} = \frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}}$$

$$\gamma = \frac{-\overline{SF} \overline{SF'} - \overline{SF} \overline{F'A_2}}{\overline{SF'} \overline{SF} + \overline{SF'} \overline{FA_1}} \rightarrow \gamma = \frac{-\overline{SF} \overline{SF'}}{\overline{SF'} \overline{FA_1}} = \frac{-\overline{SF} \overline{F'A_2}}{\overline{SF'} \overline{SF}}$$

$$\gamma = \frac{-\overline{SF}}{\overline{FA_1}} = \frac{-\overline{F'A_2}}{\overline{SF'}} \quad (8.23)$$

Le grandissement linéaire pour un dioptré sphérique avec origine aux foyers.

8.7.2. Relation de conjugaison origine aux foyers

$$\gamma = \frac{-\overline{SF}}{\overline{FA_1}} = \frac{-\overline{F'A_2}}{\overline{SF'}} \rightarrow \overline{F'A_2} \overline{FA_1} = \overline{SF} \overline{SF'}$$

$$\overline{F'A_2} \overline{FA_1} = \overline{SF} \overline{SF'} \quad (8.24)$$

C'est la relation de conjugaison d'un dioptré sphérique origine aux foyers dans les conditions de Gauss, appelée *relation de Newton*.

8.8. Exercices

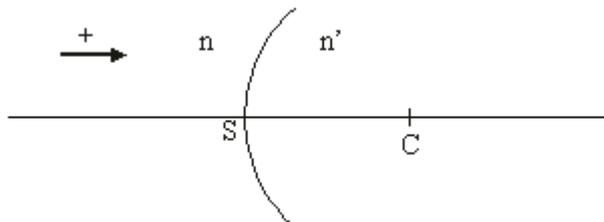
Exercice 1

Un dioptre sphérique convexe et convergent de rayon 80cm sépare deux milieux transparents d'indices 1,2 et 1,6.

- 1) Déterminer la position des foyers et la puissance de ce dioptre.
- 2) A 100cm en avant de son sommet S, on place un objet $AB = 1\text{cm}$ perpendiculairement à l'axe optique. Déterminer la position et la grandeur de son image en précisant si elle est réelle ou virtuelle. La construire géométriquement.

Exercice 2

Un dioptre sphérique de sommet S, de centre C et de rayon $R=2\text{cm}$ sépare 2 milieux d'indices $n = 1,5$ et $n' = 1$ (voir figure ci-contre).



- 1- Peut-on déduire la nature du dioptre d'après le schéma ?
- 2- Calculer la vergence du dioptre. Que peut-on conclure ?
- 3- Calculer les distances focales objet et image.
- 4- Déterminer les caractéristiques de l'image $A'B'$ d'un objet AB de 1cm de hauteur, situé à 9cm du sommet S.
- 5- Faire une construction géométrique.

Exercice 3

Soit un dioptre sphérique convergent, de sommet S, de centre C, de foyers F et F' séparant 2 milieux d'indices n et n'.

- Rappeler la définition de la vergence.
- A quelle condition sur n et n', le dioptre est-il effectivement convergent sur la figure. Quel est le foyer image ?

Un petit objet réel AB est situé entre $-\infty$ et le foyer objet F. Rappeler les formules de conjugaison avec origine au sommet et au centre.

Construire l'image $A'B'$ et retrouver les formules de grandissement (origines au sommet, au centre et aux foyers). En déduire la formule de Newton.

Ce petit objet AB, perpendiculaire à l'axe principal, se déplace de $-\infty$ à $+\infty$. Construire les images correspondantes. (L'espace objet peut être décomposé en 3 zones. En déduire les zones correspondantes de l'espace image). Indiquer, dans chaque cas, la nature de l'image.

Chapitre 9 : Les lentilles minces

Prérequis

- Connaissance des lois de Snell-Descartes ;
- Connaissance de la relation de conjugaison du dioptré sphérique ;
- Connaissance de la méthode de construction d'images.

Objectifs pédagogiques du chapitre 9

Au terme de ce chapitre, l'étudiant doit être capable de :

- Appliquer les lentilles minces dans le cadre de l'approximation de Gauss ;

Sommaire du chapitre 9

9.1. Différents types de lentilles

9.1.1. Définition d'une lentille

9.1.2. Types des lentilles

9.2. Propriétés des lentilles

9.2.1. Centre optique

9.2.2. Foyers

9.2.3. Distance focale

9.2.4. Vergence d'une lentille

9.2.5. Relation de conjugaison

9.2.6. Grandissement

9.2.7. Constructions géométriques

9.3. Construction de l'émergent correspondant à un incident donné

9.4. Association de lentilles minces

9.4.1. Lentilles accolées

9.4.2. Lentilles non accolées

9.5. Défauts des lentilles – Aberrations

9.5.1. Aberrations chromatiques

9.5.2. Aberrations géométriques

9.6. Exercices

9.1. Différents types de lentilles

9.1.1. Définition d'une lentille

Une lentille est un système optique constitué d'un milieu transparent d'indice $n > 1$ délimité par deux dioptries (au moins un des deux dioptries est sphérique ou l'un est sphérique et l'autre est plan) de centre de courbure C_1, C_2 , de sommets S_1, S_2 ($\overline{S_1S_2} = e$) et de rayons de courbures $R_1 = \overline{C_1S_1}$ et $R_2 = \overline{C_2S_2}$.

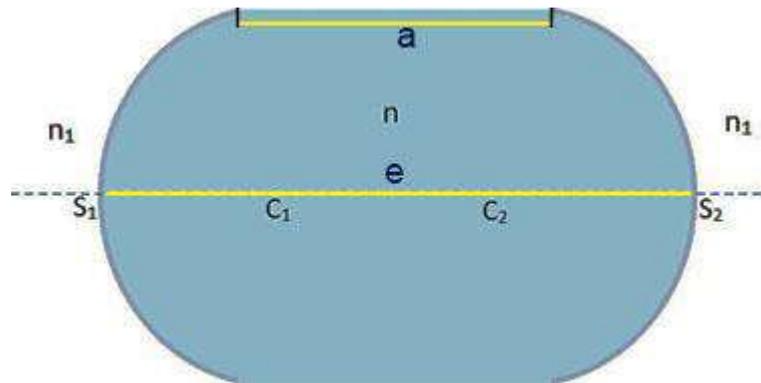


Fig.9.1 : Une lentille

9.1.2. Types des lentilles

On distingue deux types de lentilles, celles à **bords minces** et celles à **bords épais**. Les premières sont **convergentes** ($a < e$), les secondes sont **divergentes** ($a > e$).

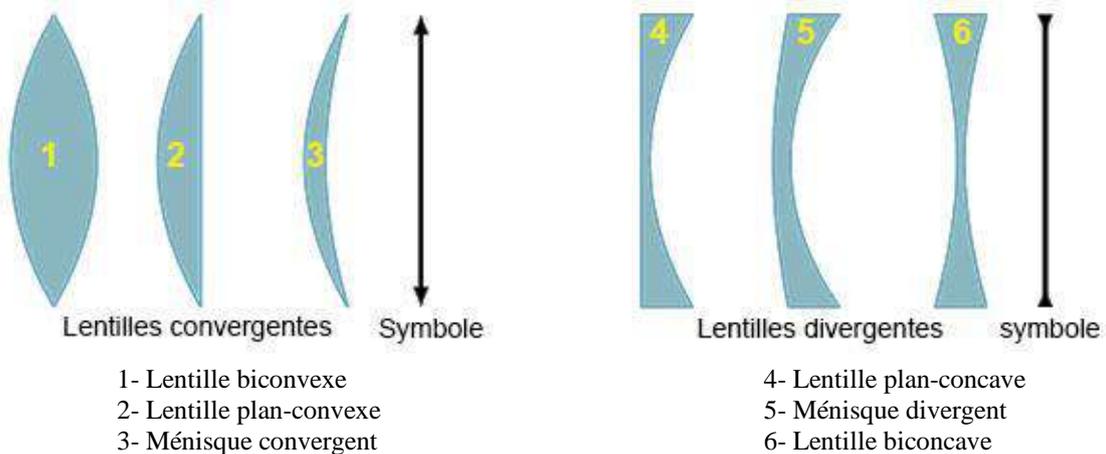


Fig.9.2 : Différents types de lentilles et leur symbole

9.2. Propriétés des lentilles

9.2.1. Centre optique

On appelle centre optique de la lentille, noté O, le point de l'axe optique de la lentille par lequel passe le rayon réfracté correspondant à un rayon incident dont le rayon émergent correspondant lui est parallèle.

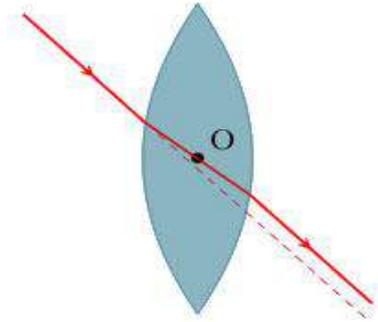
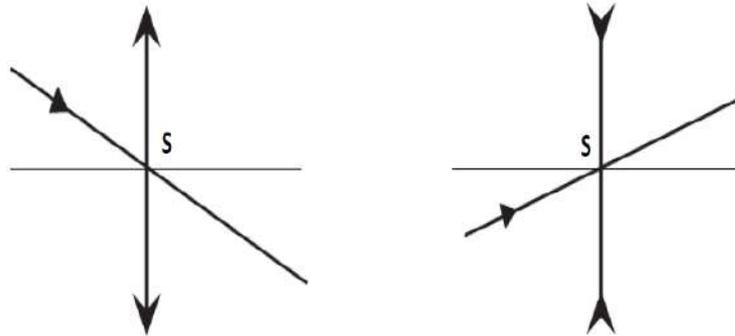


Fig.9.3 : Définition du centre optique de la lentille

Remarque

Tout rayon lumineux incident passant par le centre optique S traverse la lentille sans déviation.



9.2.2. Foyers

9.2.2.1. Cas d'une lentille convergente (mince)

Une lentille convergente comporte deux foyers, appelés foyer principal objet et foyer principale image :

- Tout rayon incident passant par F , foyer principal objet, émerge parallèle à l'axe optique. Ce foyer a donc son image à l'infini ;
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par F' , foyer principal image. Ce foyer est donc l'image d'un objet à l'infini ;
- Ces foyers sont symétriques par rapport au centre optique de la lentille.

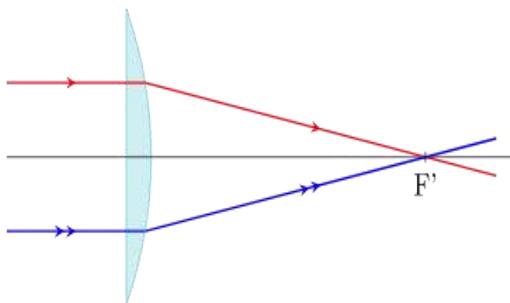


Fig.9.4 : Foyer principal image d'une lentille convergente

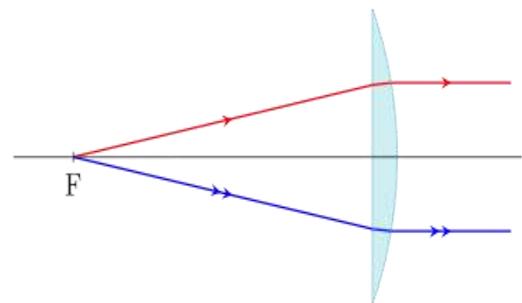


Fig.9.5 : Foyer principal objet d'une lentille convergente

Remarque

Rappelons que le plan transverse à la lentille qui passe par F' est appelé plan focal image. Des rayons parallèles mais inclinés par rapport à l'axe optique se croisent en un point, appelé foyer secondaire image, de ce plan focal image. De même avec le plan focal objet, ce sera également le cas avec les lentilles divergentes.

9.2.2.2. Cas d'une lentille divergente (épaisse)

Une lentille divergente comporte aussi deux foyers, dont les positions sont inversées par rapport à ceux de la lentille convergente :

- Tout rayon incident dont le prolongement passe par F , foyer principal objet, émerge parallèle à l'axe optique ;
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de façon à ce que leur prolongement passe par F' ;
- Ces foyers sont également symétriques par rapport au centre optique de la lentille.

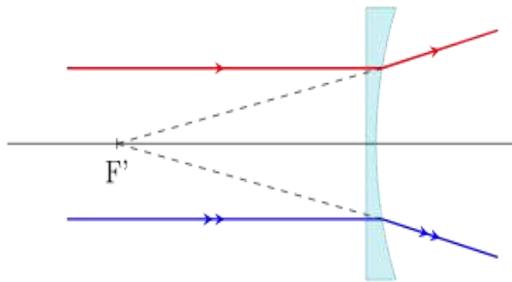


Fig.9.6 : Foyer principal image d'une lentille divergente

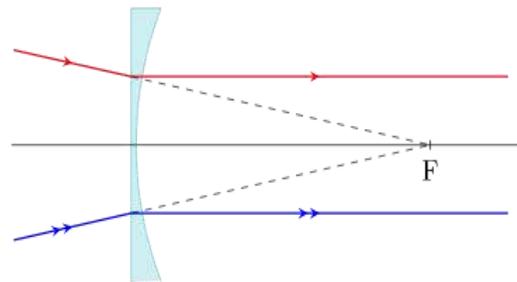


Fig.9.7 : Foyer principal objet d'une lentille divergente

9.2.3. Distance focale

- Les distances focales image et objet sont définies par les grandeurs algébriques respectives $f' = \overline{OF'}$ et $f = \overline{OF}$. Elles s'expriment en mètre (m).

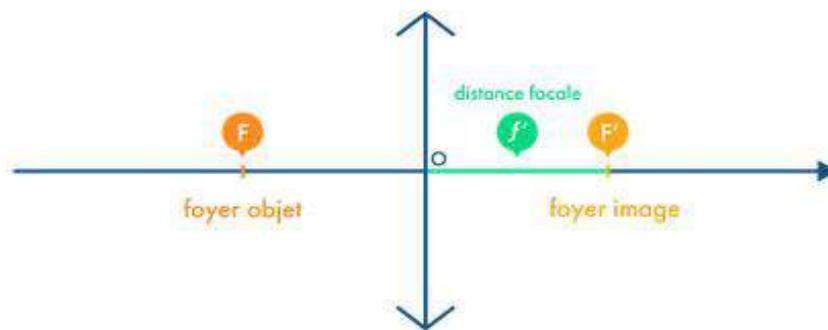


Fig.9.8 : Distance focale d'une lentille convergente

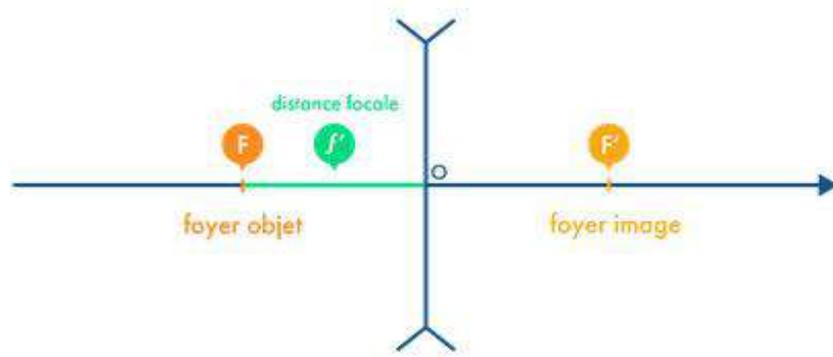


Fig.9.9 : Distance focale d'une lentille divergente

Remarque

- La lentille est convergente, si $f' > 0$ et $f < 0$.
- La lentille est divergente, si $f' < 0$ et $f > 0$.

9.2.4. Vergence d'une lentille

La vergence V d'une lentille mince est l'inverse de sa distance focale :

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (9.1)$$

Elle s'exprime en dioptries (δ) ou (m^{-1}). Elle est positive dans le cas d'une lentille convergente, négative dans le cas d'une lentille divergente.

9.2.5. Relation de conjugaison

Pour établir la relation de conjugaison nous nous servons de la construction la plus classique de l'image d'un objet AB situé au-delà du foyer de la lentille convergente ($|\overline{OA}| > |\overline{OF}|$). Mais on notera que ceci est valable quelle que soit la position de l'objet et quelle que soit la nature de la lentille.

Pour effectuer cette construction, on peut tracer trois rayons dont les directions de propagation sont connues :

- Le rayon qui passe par le centre optique de la lentille n'est pas dévié ;
- Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique sur la lentille émerge en passant par F' ;
- Le rayon qui passe par F avant d'intercepter la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.

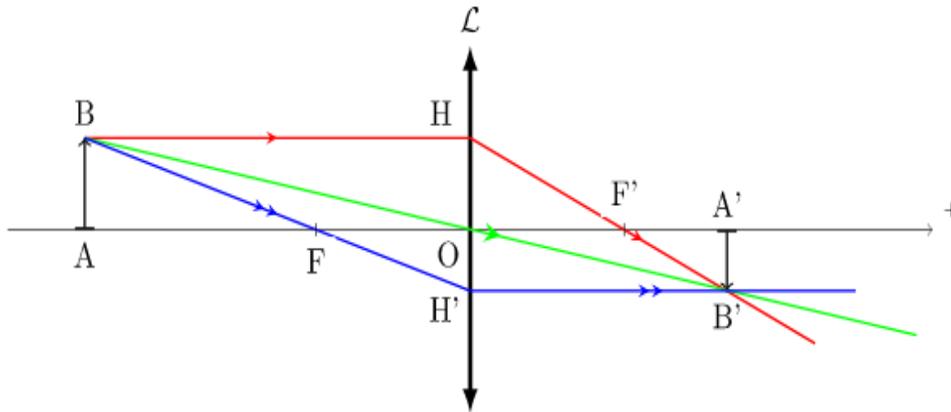


Fig.9.10 : Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente

9.2.5.1. Relation de conjugaison de Newton (origine aux foyers)

Les triangles ABF et OH'F ainsi que les triangles A'B'F' et OHF' sont semblables.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OH'}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FO}} = -\frac{\overline{FA}}{f} \quad (9.2)$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} \quad (9.3)$$

D'autre part, on a : $|\overline{OH'}| = |\overline{A'B'}|$ et $|\overline{OH}| = |\overline{AB}|$

$$\text{Ce qui donne : } \frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f}{\overline{FA}} \quad (9.4)$$

$$\text{Enfin : } \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2 \text{ (sachant que } f = -f') \quad (9.5)$$

Cette relation est appelée la relation de conjugaison de Newton

9.2.5.2. Relation de conjugaison de Descartes (origine au centre)

Partant de la relation précédente on peut écrire :

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) (\overline{FO} + \overline{OA}) = ff' \quad (9.6)$$

Si les milieux extrêmes sont identiques on a $f = -f' = \overline{OF} = -\overline{FO}$ de sorte que la relation devient :

$$(\overline{OA'} - f') (\overline{OA} + f') = -f'^2 \quad (9.7)$$

Développons puis divisons par $f' \overline{OA'} \overline{OA}$, On trouve :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (9.8)$$

C'est la relation de conjugaison de Descartes

Remarque

Cette relation est moins générale que la relation de Newton puisqu'elle suppose $f' = -f$

9.2.6. Grandissement

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} \quad (8.20)$$

Si $\gamma > 0$, l'image est droite par rapport à l'objet ;

Si $\gamma < 0$, l'image est renversée par rapport à l'objet ;

Si $|\gamma| > 1$, l'image est agrandie par rapport à l'objet ;

Si $|\gamma| < 1$, l'image est réduite par rapport à l'objet ;

Si $|\gamma| = 1$, l'image et l'objet ont même taille.

9.2.7. Constructions géométriques

9.2.7.1. Cas d'une lentille convergente

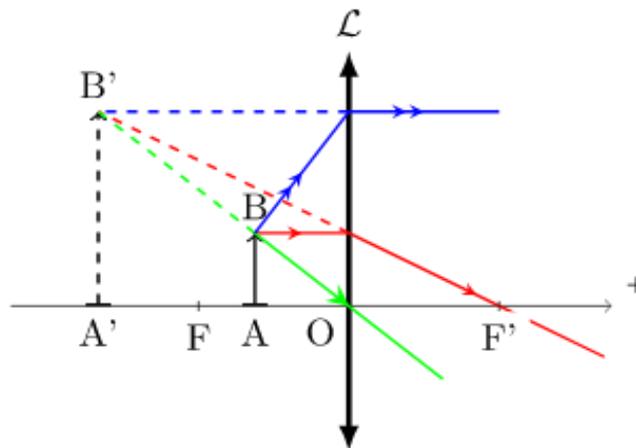


Fig.9.11 : Lentille convergente : objet réel, image virtuelle

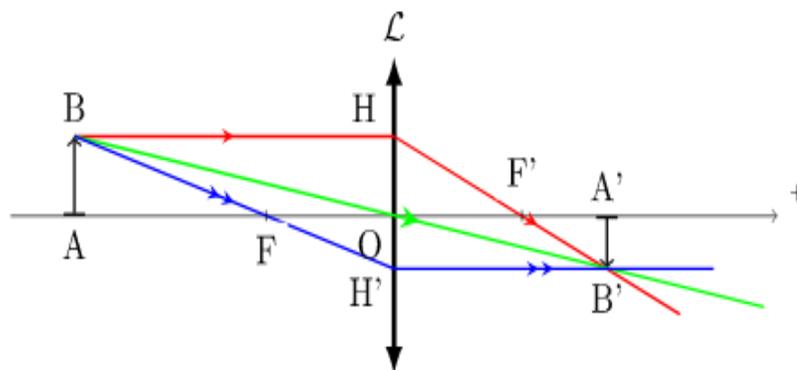


Fig.9.12 : Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente

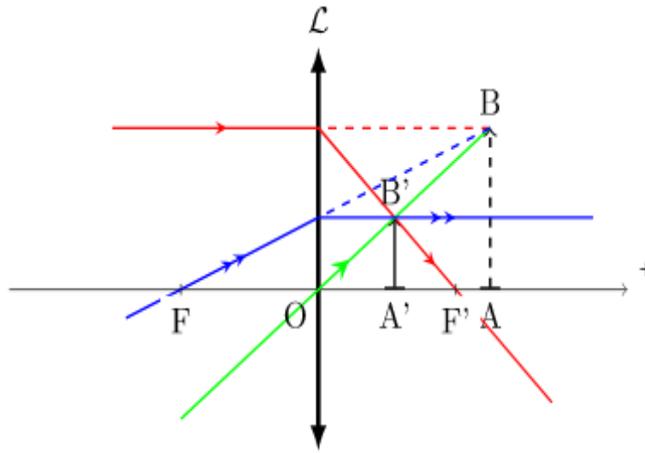


Fig.9.13 : Lentille convergente : objet virtuel, image réelle

9.2.7.2. Cas d'une lentille divergente

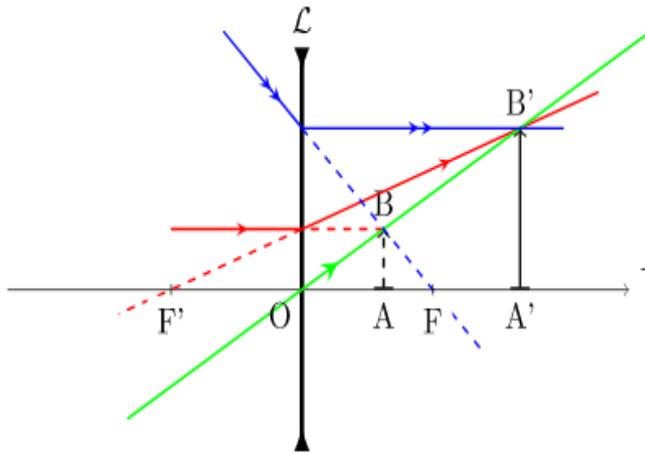


Fig.9.14 : Lentille divergente : objet virtuel, image réelle

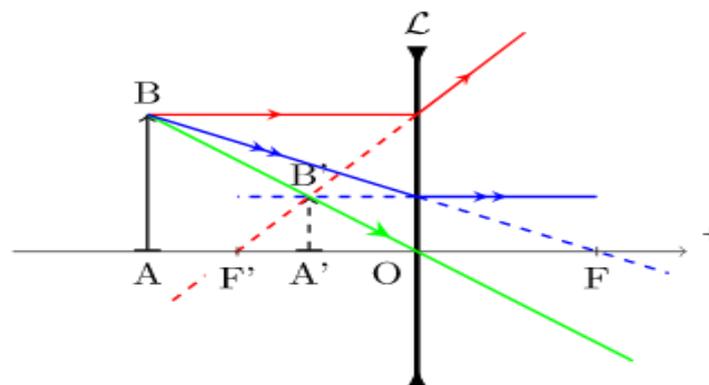


Fig.9.15 : Lentille divergente : objet réel, image virtuelle

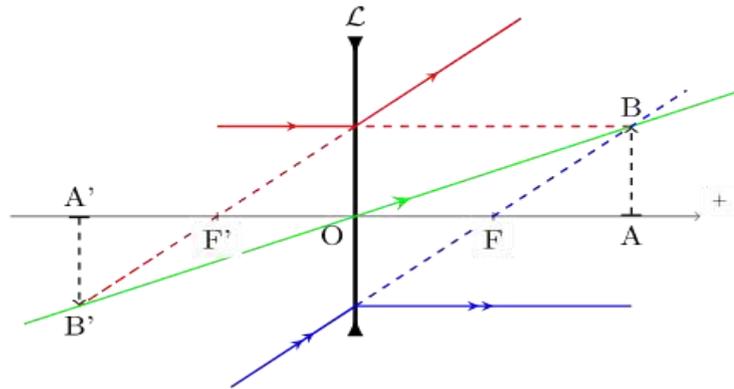


Fig.9.16 : Lentille divergente : objet virtuel, image virtuelle

9.3. Construction de l'émergent correspondant à un incident donné

De la même manière que pour les miroirs, on utilise un rayon dont on connaît le parcours : le rayon qui passe par le centre optique de la lentille, qui n'est pas dévié. Soit on le trace parallèle à l'incident et on sait qu'il croisera l'émergent dans le plan focale image ; soit on le trace croisant l'incident dans le plan focale objet, et on sait qu'il sera parallèle à l'émergent.

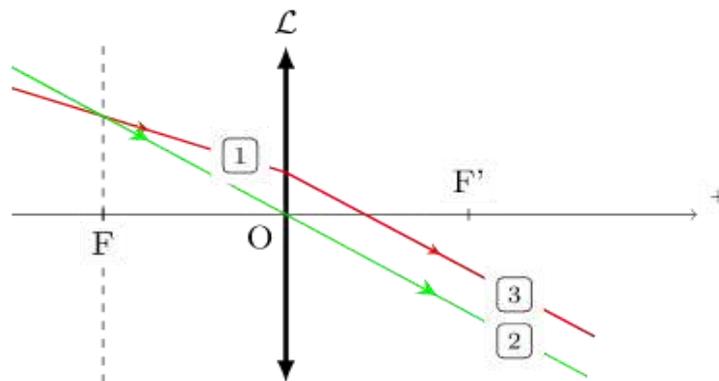


Fig.9.17 : Cas d'une lentille convergente et de l'utilisation d'un foyer secondaire objet

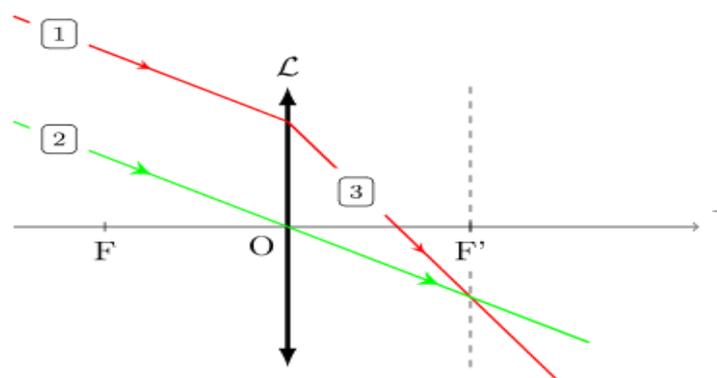


Fig.9.18 : Cas d'une lentille convergente et de l'utilisation d'un foyer secondaire image

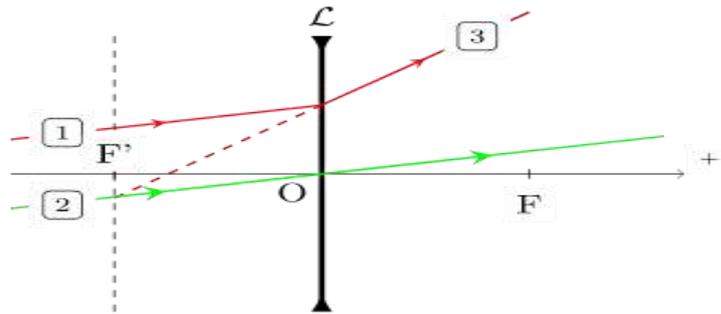


Fig.9.18 : Cas d'une lentille divergente et de l'utilisation d'un foyer secondaire image

9.4. Association de lentilles minces

9.4.1. Lentilles accolées

Considérons deux lentilles L_1 et L_2 , de vergences V_1 et V_2 . Si ces deux lentilles sont accolées de telle manière que : $S_1 \equiv S_1' \equiv S$ ($e = 0$), alors ces deux lentilles sont équivalentes à une seule lentille L_{eq} dont la vergence est égale à la somme des vergences des deux lentilles :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f'} \tag{8.21}$$

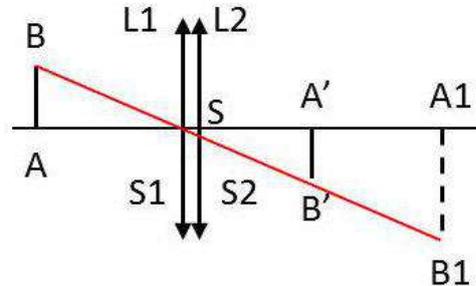


Fig.9.19 : Lentilles accolées

9.4.2. Lentilles non accolées

Un doublet est constitué par l'association de deux lentilles L_1 et L_2 de distances focales f'_1 et f'_2 dont les centres optiques sont séparés par la distance $e = S_1S_2$.

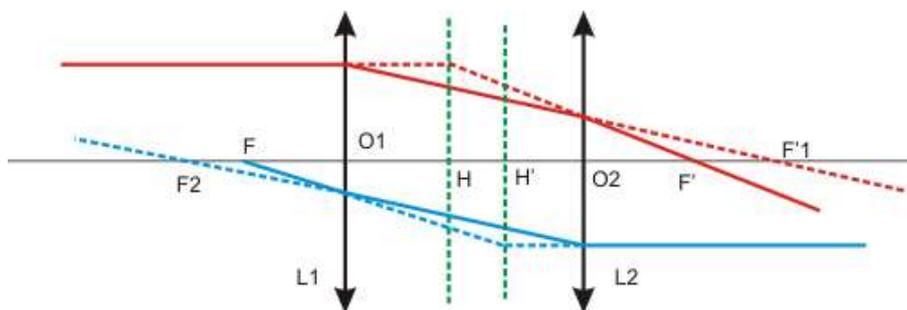


Fig.9.20 : Lentilles accolées

9.4.2.1. Position du foyer image F'

F' est le conjugué de F'₁ par rapport à la lentille L₂.

$$\text{On pose: } \overline{F_2 F'_1} = \Delta = f'_1 + f'_2 - e \quad (8.21)$$

$$\text{Comme : } \overline{S_2 F'_1} = f'_1 - e \quad (8.22)$$

$$\text{On a : } \frac{1}{\overline{S_2 F'}} = \frac{1}{f'_1 - e} + \frac{1}{f'_2} \quad (8.23)$$

$$\text{Donc : } \overline{S_2 F'} = \frac{f'_2(f'_1 - e)}{f'_1 + f'_2 - e} = \frac{f'_2(f'_1 - e)}{\Delta} \quad (8.24)$$

9.4.2.2. Vergence et distances focales

$$\text{D'après la relation de Gullstrand, on a : } V = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f_1 f'_2} = \frac{\Delta}{f'_1 f'_2} \quad (8.25)$$

$$\text{Les distances focales sont donc : } f' = -f = \frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \quad (8.26)$$

Comme la distance focale et la position de F' sont connues, il est possible de déterminer la position de tous les éléments principaux du doublet.

On peut aussi noter que F' étant le conjugué de F'₁ par rapport à la lentille L₂ les relations de Newton donnent :

$$\overline{F_2 F'_1} \cdot \overline{F'_2 F'} = \frac{-f'^2_2}{\Delta} \quad (8.27)$$

$$\text{Soit : } \overline{F_2 F'} = \frac{-f'^2_2}{\Delta} \quad (8.28)$$

$$\text{On a de même : } \overline{F_1 F} = -\frac{f'^2_2}{\Delta} \quad (8.29)$$

Remarque

Si les deux lentilles sont identiques le doublet est symétrique. Les distances focales sont identiques. Le centre optique est le milieu de S₁S₂ et les éléments cardinaux sont tous symétriques par rapport à O.

9.5. Défauts des lentilles - Aberrations

On désigne par le terme **aberrations** les défauts que présente l'image créée par un système optique du fait des écarts aux conditions de Gauss ou à la dispersion. On distingue donc deux types d'aberrations :

Les aberrations chromatiques dues à la dispersion de la lumière blanche ;

Les aberrations géométriques dues aux écarts par rapport aux conditions de Gauss.

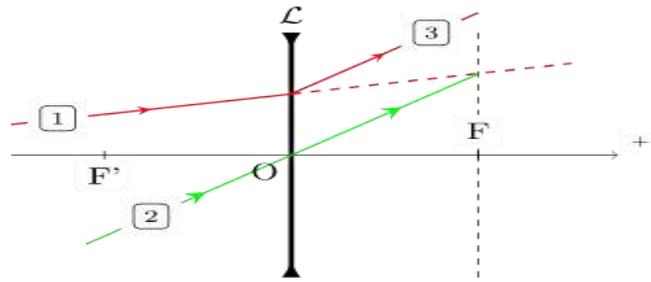


Fig.9.21 : Cas d'une lentille divergente et de l'utilisation d'un foyer secondaire objet

9.5.1. Aberrations chromatiques

Comme nous l'avons vu, les verres sont dispersifs : une radiation bleue sera davantage déviée qu'une radiation rouge. Ainsi, dans les lentilles, le foyer image qui concentre les rayons parallèles à l'axe optique, a une position différente suivant la couleur de la lumière. La distance focale des lentilles est donc légèrement différente suivant la couleur.

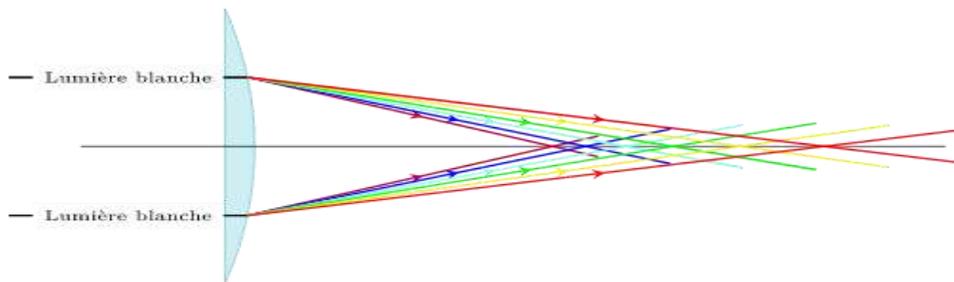


Fig.9.22 : Les rayons des différents radiations colorées ne convergent pas au même point

Il en résulte des images irisées puisque l'image finale est composée d'images superposées de différentes couleurs. Pour corriger ce défaut, qui n'affecte que les systèmes réfracteurs (lentilles et non miroirs), on fabrique des associations de lentilles (convergente et divergente) dont les effets chromatiques se compensent.

9.5.2. Aberrations géométriques

Cette aberration provient de la différence de convergence des rayons qui frappent la lentille loin ou près de son axe optique.

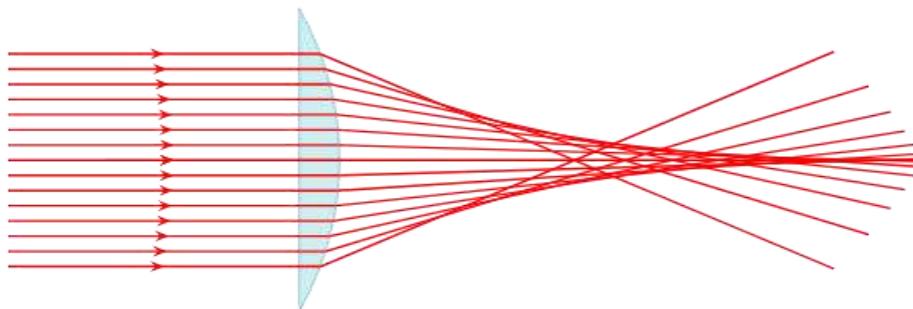


Fig.9.23 : Les rayons marginaux convergent davantage que les rayons paraxiaux

Pour corriger cette aberration, il paraît logique de placer un diaphragme sur le système et de le fermer suffisamment. Mais il en résulte une perte de luminosité. Ainsi, comme pour les aberrations chromatiques, on cherche une association de lentilles (convergente et divergente) dont les effets de sphéricité se compensent.

9.6. Exercices

Exercice 1

Soit une lentille mince **convergente**, de centre optique O, de foyers F et F'.

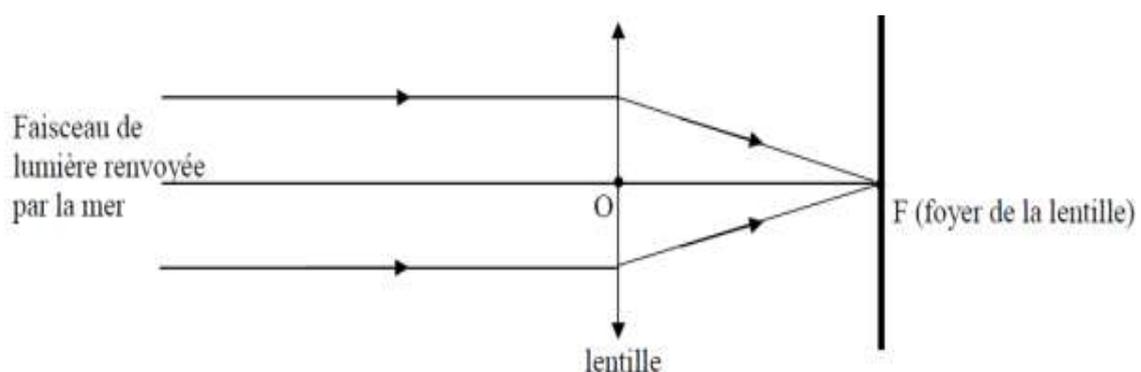
1. Rappeler les formules de conjugaison et de grandissement avec origine au centre optique.
2. Construire l'image A'B' d'un objet AB perpendiculaire à l'axe principal situé entre $-\infty$ et le foyer objet F.
3. Retrouver les formules de grandissement avec origines aux foyers.
4. En déduire la formule de Newton.

Le petit objet AB se déplace de $-\infty$ à $+\infty$.

5. L'espace objet peut être décomposé en 3 zones, construire les images correspondantes à un objet placé successivement dans chacune de ces zones. En déduire les zones correspondantes de l'espace image.
6. Indiquer dans chaque cas la nature de l'image.

Exercice 2

Le trajet d'un faisceau de lumière renvoyé par la mer pénètre dans l'oeil selon le schéma suivant :



- 1.1. Donner la nature de la lentille représentée ci-dessus.
- 1.2. Citer un autre type de lentille et donner son schéma de représentation.
- 1.3. Donner deux méthodes permettant de distinguer les deux types de lentilles.
- 2.1. Le schéma précédent est réalisé à l'échelle 2. La valeur de la distance focale de la lentille est 2cm.

2.1.1. Faire apparaître cette distance focale sur le schéma.

2.1.2. Retrouver à l'aide de l'échelle du schéma, cette valeur. $C = \frac{1}{f}$

2.2. On donne la relation :

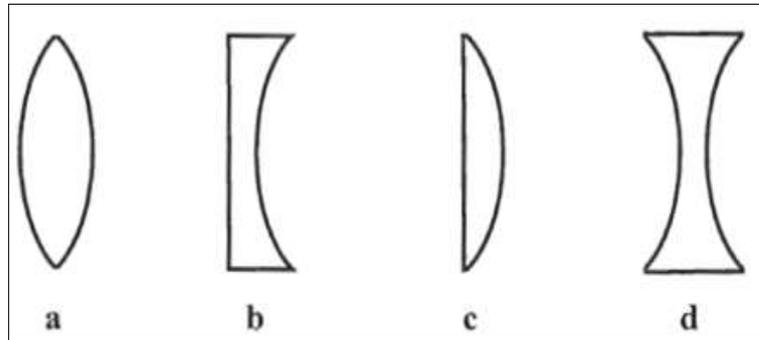
2.2.1. Nommer chacune des grandeurs utilisées dans la relation.

2.2.2. Donner le nom et le symbole des unités de ces grandeurs.

2.2.3. Faire le calcul de C et choisir parmi les valeurs suivantes : $+50\delta$; $+0,5\delta$; -50δ celle qui correspond à la lentille précédente.

Exercice 3

1. Parmi les quatre lentilles représentées ci-dessous, déterminer la plus convergente en expliquant le choix.



2. Donner le schéma de représentation de la lentille **a** et celui de la lentille **d**.

3. Décrire deux méthodes permettant de reconnaître une lentille convergente.

Références bibliographiques

1. "Physique Tout-en-un MPSI PCSI PTSI" - Marie-Noëlle Sanz / Anne-Emmanuelle Badel / François Clausset - Editions Dunod 2008 ;
2. Précis Optique MPSI PCSI PTSI - P.Brenders / M.Sauzeix ;
3. Lentilles minces. (n.d.). Retrieved April 22, 2022, from <http://ressources.univ-Lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02b/coursoptique/lentilleMince.html>;
4. Exercices Corrigés d'Optique. (n.d.). Retrieved April 24, 2022, from <https://www.cours-et-exercices.com/2009/05/exercice-optique.html>;
5. Cours Biophysique A₁, Géométrie, O., & Ouchtati, A. (n.d.). Cours Biophysique A₁.
6. J-P. Parisot, P. Segonds, S. Le Boiteux. Cours Physique Optique. Sciences Sup, Dunod 2003.
7. N. AWANOU. Cours de Physique. Optique. Fascicule. Cotonou 1996.
8. T. Bécherrawy. Optique géométrique : Cours et exercices corrigés. Broché 2005.
9. M. May. Introduction à l'optique. Ed. Dunod, Paris 1993.
10. A. Moussa et P. Ponsonnet. Cours de physique – Optique, éditions Desvigne, Paris 1992.
11. L. QUARANTA. Introduction à l'optique. Ed Masson. Paris 1999.
12. J.L. QUEYREL et J. MESPLEDE – Les Nouveaux Précis de Physique. Optique- Cours et exercices résolus. Editions Bréal, Paris 1999.
13. Document de cours Lycée Hoche – BCSPT1A – A. Guillerand – 2017-2018
14. Lycée La Marinière, MPSI 2013 Optique géométrique
15. Prof. H. NAJIB Chap.II – Formation des images en optique géométrique Février 2011
16. <http://pcsi-unautreteregard.over-blog.com/qadripcsi@aol.com>, FORMATION DES IMAGES & APPROXIMATION DE GAUSS
17. Physique tout-en-un pour la licence Laurent Gautron, Dunod paris 2010, cours, application et exercices corrigés
18. Cours de physique optique, cours et exercices avec solution Dunod paris 1997 Jean-Paul Porisat
19. <http://uel.unisciel.fr/physique/optigeo/optigeo/co/optigeo.html>
20. bouquins.isabelle.free.fr/dotclear/public/Optique/04%20Prisme.pdf
21. <http://guy.chaumeton.pagesperso-orange.fr/2d03ph.htm>
22. Dioptries plan et sphériques : IUT Saint Nazaire Département Mesures Physiques MP1 Semestre 2, Ch2 Dioptries plan et sphériques 1 © Bruno Velay

- 23.** Optique géométrique Lucile Veissier lucile.veissier@spectro.jussieu.fr Licence IOVIS 2011/2012 UPMC Sorbonne universités
- 24.** <http://uel.unisciel.fr/physique/optigeo>
- 25.** Wahab Diop-PHYSIQUE 3E-lsll
- 26.** Cours N. Delorme – L1 Chapitre 7 Lentilles minces 16/11/2011
- 27.** <http://www.physagreg.fr/optique-13-lentilles.php>
- 28.** <https://www.bac-es.net/document/sciences/oeil-accommodation-default-etcorrectionbac-es-sciences-premiere-3567.html>
- 29.** Physique rappels de cours & Exercices corrigés ; M. Benabdoun et T. Dehdouh édition de l'université Mentouri Constantine 2005/2006
- 30.** Cours de physique- Optique Géométrique Beabdoun Moustapha l'université Mentouri Constantine 2004/2005